

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА L -КРИВОЙ
ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ
ДЛЯ ДВУМЕРНОЙ ИНВЕРСИИ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКИХ ДАННЫХ
НА БИШКЕКСКОМ ГЕОДИНАМИЧЕСКОМ ПОЛИГОНЕ**

© 2021 О.Б. Забинякова

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Научная станция Российской академии наук в г. Бишкеке,
Бишкек, Киргизия, 720049; e-mail: perah.92@inbox.ru*

В работе представлены результаты применения ранее не используемого в Научной станции Российской академии наук в г. Бишкеке подхода к определению квазиоптимального значения параметра регуляризации для инверсии профильных магнитотеллурических данных. Для нескольких магнитотеллурических профилей Бишкекского геодинамического полигона выполнена серия из двадцати двух инверсий и апробирован метод L -кривой, предназначенный для определения оптимального параметра тихоновской регуляризации при решении соответствующих обратных двумерных задач. Для магнитотеллурических профилей Кара-Балта, Сокулук, Серафимовка и Туяк с помощью L -кривых найдены квазиоптимальные значения параметра регуляризации и построены соответствующие геоэлектрические разрезы. На основе визуального сопоставления выполнено сравнение решений, полученных с использованием найденных квазиоптимальных значений параметра регуляризации, с решениями, получаемыми при использовании регуляризационного параметра, равного трем. Установлена справедливость использования параметра регуляризации со значением, равным трем, при инверсии магнитотеллурических данных Тяньшанского региона.

Ключевые слова: магнитотеллурические данные, инверсия, регуляризация Тихонова, параметр регуляризации, L -кривая.

ВВЕДЕНИЕ

Метод магнитотеллурического зондирования (МТЗ) — геофизический метод, активно применяемый при изучении строения земной коры и верхней мантии. Сотрудниками Научной станции РАН в г. Бишкеке уже более двадцати лет проводятся геофизические исследования Тяньшанского региона с помощью метода МТЗ — результаты этих исследований отражены в многочисленных публикациях (Баталев и др., 2013; Баталева, Баталев, 2015; Баталева, Матюков, 2018; Баталева, Мухамадеева, 2018; Баталева и др., 2017; Матюков, Баталева, 2018; Рыбин, 2011; Рыбин и др., 2018; Рыбин и др., 2019).

Одним из основных этапов интерпретации данных магнитотеллурического зондирования является решение обратной задачи МТЗ (инверсия магнитотеллурических данных), направленное на восстановление распределения

электропроводности $\sigma(x, y, z)$ в изучаемой геологической среде и построение соответствующих геоэлектрических моделей (Бердичевский, Дмитриев, 2009; Жданов, 1986). Естественным образом возникает необходимость исследования корректности такой обратной задачи, что подразумевает выполнение условий существования, единственности и устойчивости ее решения. Ввиду нарушения последнего условия, рассматриваемая обратная задача является некорректной и требует применения алгоритмов регуляризации (Бердичевский, Дмитриев, 2009; Жданов, 1986).

Чаще всего для решения некорректных обратных задач, в том числе и обратных задач магнитотеллурики, применяется метод регуляризации Тихонова (Тихонов, 1963), при этом важным вопросом остается выбор оптимального параметра регуляризации. Целью данной работы

является апробация метода L -кривой для определения оптимальных параметров регуляризации при инверсии профильных магнитотеллурических данных (МТ-данных), полученных на Бишкекском геодинамическом полигоне, и построение геоэлектрических разрезов вдоль этих МТ-профилей для выбранных параметров регуляризации.

БИШКЕКСКИЙ ГЕОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОЛИГОН

В настоящей работе используются данные магнитотеллурических наблюдений вдоль пяти субмеридиональных профилей, отработанных на Бишкекском геодинамическом полигоне (БГП), расположенных в зоне сочленения Чуйской впадины и Киргизского хребта: Кара-Балта, Сокулук, Серафимовка, Туук и Аламедин (рис. 1).

Геологический очерк региона и результаты магнитотеллурических исследований, выполненных силами Научной станции РАН (НС РАН) на территории БГП, детально представлены в монографии (Рыбин, 2011). Методика выполнения профильных магнитотеллурических зондирований и алгоритм подготовки МТ-данных к количественному анализу, применяемые в НС РАН, описаны в работах (Баталева и др., 2017; Баталева, Мухамадеева, 2018; Рыбин, 2011; Рыбин и др., 2018), а стандартные варианты постановки обратных задач МТЗ обсуждаются в работах (Бердичевский, Дмитриев, 2009; Жданов, 2007). Основываясь на (Рыбин, 2011), где выполнена оценка размерности среды для БГП, инверсию МТ-данных для этого полигона справедливо осуществлять в классе двумерных геоэлектрических моделей с субширотно направленной осью однородности. Не останавливаясь на детальном обсуждении упомянутых вопросов, перейдем к рассмотрению метода тихоновской регуляризации, применяемого при решении двумерных обратных задач МТЗ.

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ТИХОНОВА, ОПТИМАЛЬНЫЙ ПАРАМЕТР РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Решение обратной двумерной задачи МТЗ чаще всего сводится к решению оптимизационной задачи на безусловный экстремум (Бердичевский, Дмитриев, 2009):

$$\inf \Phi_{\alpha} \{ \sigma(x, z) \}, \quad (1)$$

где целевая функция:

$$\Phi_{\alpha} \{ \sigma(x, z) \} = I \{ \sigma(x, z) \} + \alpha \cdot \Omega \{ \sigma(x, z) \}$$

представляет собой регуляризирующий функционал Тихонова; $I \{ \sigma(x, z) \}$ — функционал невязки, характеризующий отклонение расчи-

танных данных от натуральных; $\Omega \{ \sigma(x, z) \}$ — стабилизирующий функционал, характеризующий сглаженность модели и накладывающий соответствующие дополнительные требования на искомое решение; $\sigma(x, z)$ — функция удельной электропроводности в двумерной геологической среде; $\alpha > 0$ — параметр регуляризации, определяющий степень влияния стабилизирующего функционала на итоговое решение. Подробное описание структуры функционалов $I \{ \sigma(x, z) \}$ и $\Omega \{ \sigma(x, z) \}$ дано в работе (Бердичевский, Дмитриев, 2009), а, непосредственно метод решения задачи (1), используемый в НС РАН, был предложен американскими учеными Уильямом Роди и Рэндэлом Маки (Rodi, Mackie, 2001).

Из структуры целевого функционала:

$$\Phi_{\alpha} \{ \sigma(x, z) \}$$

очевидно, что при больших значениях параметра α усиливается влияние стабилизирующего функционала $\Omega \{ \sigma(x, z) \}$, что может привести, например, к слишком сглаженным решениям, плохо соответствующим натурным данным. При малых значениях параметра α , наоборот, получается решение, хорошо удовлетворяющее наблюдаемым данным, но не соответствующее дополнительным требованиям, накладываемым на решение с помощью стабилизирующего функционала (Бердичевский, Дмитриев, 2009; Жданов, 2007). Таким образом, возникает *задача поиска оптимального параметра регуляризации α* . В условиях отсутствия информации об измерительных и модельных погрешностях, в коих мы и находимся, становится возможным лишь отыскание *квазиоптимального параметра регуляризации* по анализу L -кривой, соответствующей решаемой оптимизационной задаче (Бердичевский, Дмитриев, 2009; Жданов, 2007).

Отметим, что программное обеспечение, используемое в НС РАН для решения обратной задачи МТЗ, основано на применении метода нелинейных сопряженных градиентов для минимизации тихоновского функционала (1) (Rodi, Mackie, 2001) и позволяет настраивать большое количество вычислительных параметров инверсии, в том числе и выбирать значение параметра регуляризации α . При этом оказалось, что единственная публикация сотрудников лаборатории глубинных магнитотеллурических исследований НС РАН, посвященная анализу именно этого вопроса — работа (Матюков, Баталева, 2018), описывающая анализ роли параметра регуляризации на основе визуального сопоставления получаемых решений (геоэлектрических разрезов), что, разумеется, требует внимания и оценки опытного интерпретатора, обладающего хорошим знанием геолого-геофизических

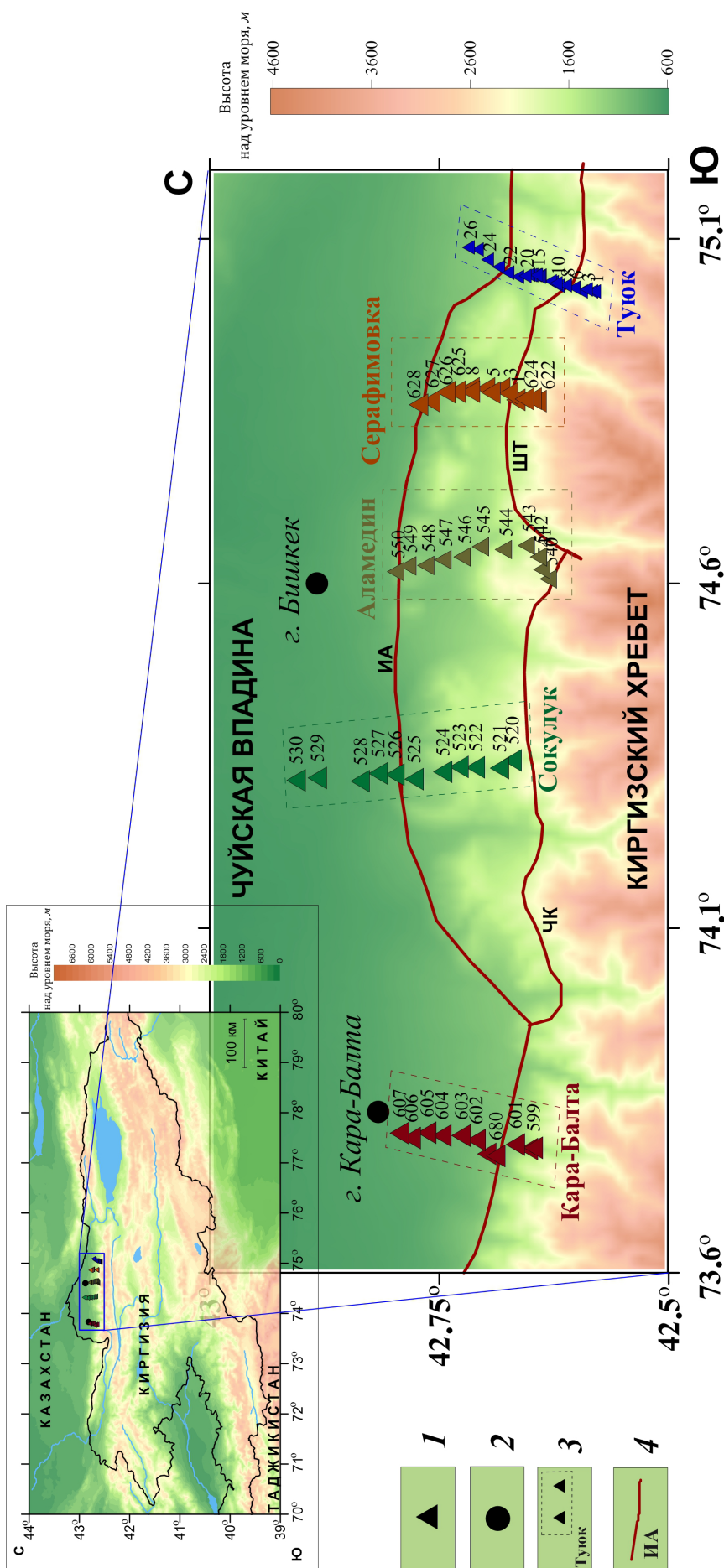


Рис. 1. Карта-схема расположения БГП и магнитотеллурических профилей Кара-Балта, Сокулук, Аламедин, Серафимовка и Тууюк: 1 — пункт магнитотеллурического профиля; 2 — крупные города; 3 — МТ-профиль; 4 — разломы (Рыбин, 2011): ИА — Иссyk-Атинский, ШТ — Шамей-Гюндюкский, ЧК — Чонкурчакский.

Fig. 1. Schematic map of the location of BGP and magnetotelluric profiles of Kara-Balta, Sokuluk, Alamedin, Serafimovka and Tuuyuk: 1 — magnetotelluric profile point; 2 — major cities; 3 — MT profile; 4 — faults (Rybin, 2011): IA — Issyk-Ata, SH — Shamst-Gyundyuk, CHK — Chonkurchak.

особенностей региона. В остальных же публикациях, связанных с построением геоэлектрических моделей литосферы Тянь-Шаня (Баталев и др., 2018; Баталева, Баталев, 2015; Баталева, Матюков, 2018; Рыбин и др., 2019 и др.) особое внимание выбору значения параметра регуляризации не уделяется и все обоснования, в большинстве своем, сводятся к констатации факта, что для Тяньшанского региона его наиболее подходящее значение, определенное эмпирическим образом, равно трем. Поэтому, собственно, и возник интерес к проверке адекватности этого значения, например, используя подход, упоминаемый в работах (Бердичевский, Дмитриев, 2009; Жданов, 2007), и активно используемый зарубежными геофизиками (Huang et al., 2016; Israil et al., 2008; Matsuno et al., 2014; Mueller, Siltanen, 2012; Pei et al., 2015; Terra et al., 2007) — метод L -кривой.

Несмотря на опровержение применимости метода L -кривой к решению некорректных обратных задач, опубликованное в работах (Леонов, Ягола, 1995, 1997), этот метод, благодаря своей простоте и наглядности, пользуется популярностью среди исследователей и используется при решении широкого спектра прикладных (не только геофизических) задач.

Далее рассмотрим методику и результаты определения квазиоптимального параметра регуляризации α с помощью L -кривой, представляющей собой билигарифмическую зависимость между среднеквадратичным отклонением смоделированного решения от наблюдаемых данных $\delta(\alpha) = I_\alpha \{ \sigma(x, z) \}$ и стабилизатором $\gamma(\alpha) = \Omega_\alpha \{ \sigma(x, z) \}$, получаемыми при решении задачи (1) для разных значений α (Бердичевский, Дмитриев, 2009; Жданов, 2007; Hansen, 1992; Hansen, 2001).

2D ИНВЕРСИЯ ПРОФИЛЬНЫХ МТ-ДАННЫХ ДЛЯ БГП

При настройке двумерной инверсии профильных магнитотеллурических данных использовались стандартные опции (значения программы по умолчанию), с которыми можно ознакомиться в работе (Матюков, Баталева, 2018). Информация об основных параметрах инверсии, регулируемых пользователем, представлена в таблице. Параметры вычислительной сетки (количество ячеек m вдоль горизонтальной и n вдоль вертикальной осей) для каждого профиля определялись автоматически самой программой инверсии в соответствии с количеством и локацией пунктов зондирования.

Для каждого профиля:

– в качестве стартовой модели для инверсии использовалось однородное полупространство

Основные параметры инверсии
Main parameters of inversion

Профиль	Сетка		Параметр регуляризации α
	m	n	
Кара-Балта (длина профиля ~17 км)	111	127	0.01; 0.05; 0.1; 0.5; 1; 2; 2.5; 3; 3.5; 4; 5; 8; 10; 15; 20; 25; 30; 50; 100; 150; 200; 500
Сокулук (длина профиля ~27 км)	87	41	
Серафимовка (длина профиля ~15 км)	109	127	
Туюк (длина профиля ~16 км)	239	60	
Аламедин (длина профиля ~19 км)	180	60	

с удельным электрическим сопротивлением 100 Ом·м;

– частотный диапазон составил 7 декад, минимальная частота 0.001 Гц;

– максимальное количество итераций для решения обратной задачи — 200;

– была выполнена серия из 22 инверсий при разных значениях параметра регуляризации α (набор значений формировался произвольным образом, был несколько сгущен в области $\alpha = 3$; очевидно, впредь для генерации этого набора нужно использовать формализованный подход, что будет учтено в последующих исследованиях).

Согласно работе (Hansen, 1992), квазиоптимальный параметр регуляризации — это точка наибольшего излома L -кривой или, другими словами, точка, в которой достигается максимальная кривизна L -кривой. Обратим внимание, что в работе (Hansen, 1992) предлагается определять точку максимальной кривизны как локальный максимум функции кривизны $\kappa(\alpha)$ L -кривой:

$$\kappa(\alpha) = \frac{2\delta\gamma(\alpha^2\delta'\gamma + 2\alpha\delta\gamma + \alpha^4\delta\delta')}{\delta'(\alpha^2\delta^2 + \gamma^2)^{3/2}}$$

где $\delta = \delta(\alpha)$, $\gamma = \gamma(\alpha)$, а $\delta' = \delta'(\alpha)$ — производная функции $\delta(\alpha)$, которая может определяться численно, например, с помощью метода правых конечных разностей (Самарский, Гулин, 1989).

Далее рассмотрим L -кривые для обсуждаемых МТ-профилей БГП (рис. 1), построенные на основании результатов 2D инверсий и проанализируем их, опираясь на работу (Hansen, 1992).

Профиль Кара-Балта. Для $\alpha < 1$ L -кривая ведет себя не монотонно и, в основном, соответствует росту невязки δ между наблюдаемыми и расчетными данными, что, не удовлетворяет смыслу решаемой геофизической задачи (рис. 2а), поэтому при поиске квазиоптимального параметра α исключим из рассмотрения значения $\alpha < 1$. Для всех остальных $\alpha = 4$ L -кривая монотонно

убывает, при этом явно различимы две точки ее излома: $\alpha = 4$ и $\alpha = 2.5$ (рис. 2а), которые соответствуют двум локальным максимумам функции кривизны L -кривой (рис. 2б). Так как невязка, получаемая при $\alpha = 2.5$ меньше невязки, полученной при $\alpha = 4$, то в качестве квазиоптимального параметра выберем $\alpha = 2.5$.

Профиль Сокулук. Для $\alpha \geq 0.05$ L -кривая монотонно убывает (рис. 3а). На L -кривой явно различимы две точки ее излома: $\alpha = 25$ и $\alpha = 2.5$ (рис. 3а), которые соответствуют двум локальным максимумам функции кривизны L -кривой,

при этом, очевидно, существует еще и третий локальный максимум, достигаемый при $\alpha = 3.5$ (рис. 3б). Так как невязка, получаемая при $\alpha = 2.5$ меньше невязки, полученной при $\alpha = 3.5$ и $\alpha = 25$, то в качестве квазиоптимального параметра выберем $\alpha = 2.5$.

Профиль Серафимовка. В данном случае L -кривая для $\alpha \geq 0.05$ не обладает явными изломами (рис. 4а), при этом на графике кривизны L -кривой также отсутствуют явные экстремумы (рис. 4б), поэтому выбор оптимального параметра регуляризации оказывается затруд-

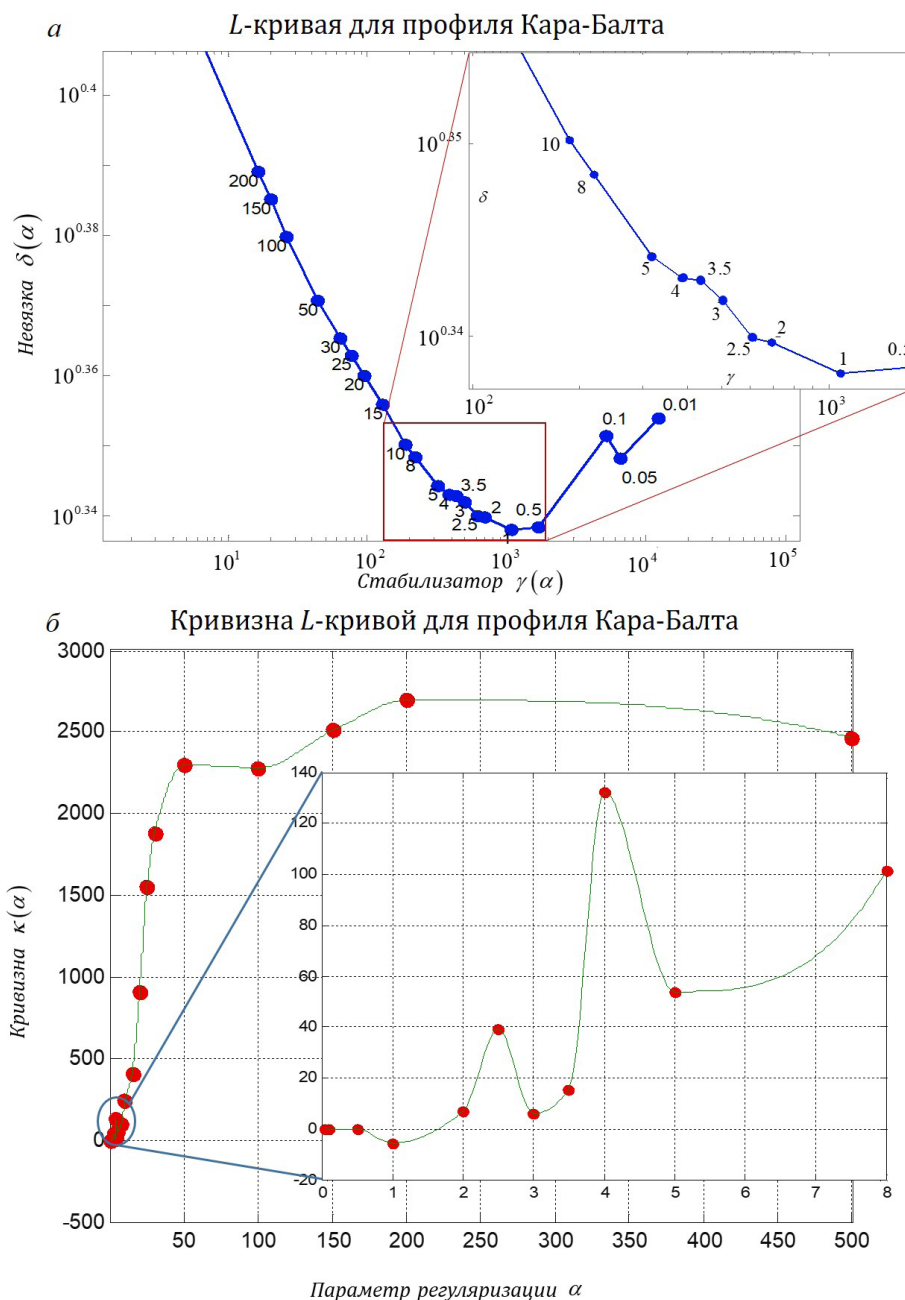


Рис. 2. L -кривая (а) и график функции кривизны $\kappa(\alpha)$ L -кривой (б) для профиля Кара-Балта. Квазиоптимальный параметр регуляризации $\alpha = 2.5$.

Fig. 2. L -curve (а) and the graph of the L -curve curvature function $\kappa(\alpha)$ (б) for Kara-Balta profile. Quasi-optimal regularization parameter α is 2.5.

нительным. Ввиду того, что при $\alpha = 2$ L -кривая незначительно меняет «направление», будем рассматривать это значение в качестве потенциально оптимального.

Профиль Туюк. Картина, складывающаяся для профиля Туюк, походит на классический пример применения L -кривой для поиска оптимального параметра регуляризации: единственный излом L -кривой при $\alpha = 2$ (рис. 5а) подтверждается единственным локальным максимумом функции кривизны L -кривой (рис. 5б). Весьма вероятно, что такой устойчивый результат для профиля Туюк получился в связи с относительно большим количеством входных данных для инверсии (профиль не длинный, но пунктов зондирований много), что, естественно, в свою очередь повлияло на размерность вычислительной сетки (здесь имеется ввиду использование большого количества сеточных ячеек вдоль горизонтальной оси).

На рисунках 2–6 для наглядности синими (а) и красными (б) кружками отмечены используемые значения параметра α (таблица).

Профиль Аламедин. L -кривая для профиля Аламедин показала неустойчивость процесса инверсии относительно вариации параметра

регуляризации α (рис. 6). При этом оказалось, что все полученные геоэлектрические модели не соответствуют априорной геолого-геофизической информации, для данного региона. Таким образом, на данном примере можем сделать предположение о том, что L -кривая может служить своеобразным индикатором некорректности входных данных инверсии и свидетельствовать о необходимости дополнительной обработки натуральных данных.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из постановки задачи (1) следует, что на параметр регуляризации α не накладываются специальные ограничения, кроме условия $\alpha > 0$. При этом квазиоптимальные значения параметра регуляризации, найденные в предыдущем разделе для магнитотеллурических профилей Бишкекского геодинамического полигона ($\alpha = 2.5$ – для профилей Кара-Балта и Сокулук, $\alpha = 2$ – для профилей Серафимовка и Туюк), относительно близки к значению $\alpha = 3$, повсеместно используемому в НС РАН при инверсии профильных МТ-данных Тяньшанского региона. Поэтому появляется интерес в сравнении реше-

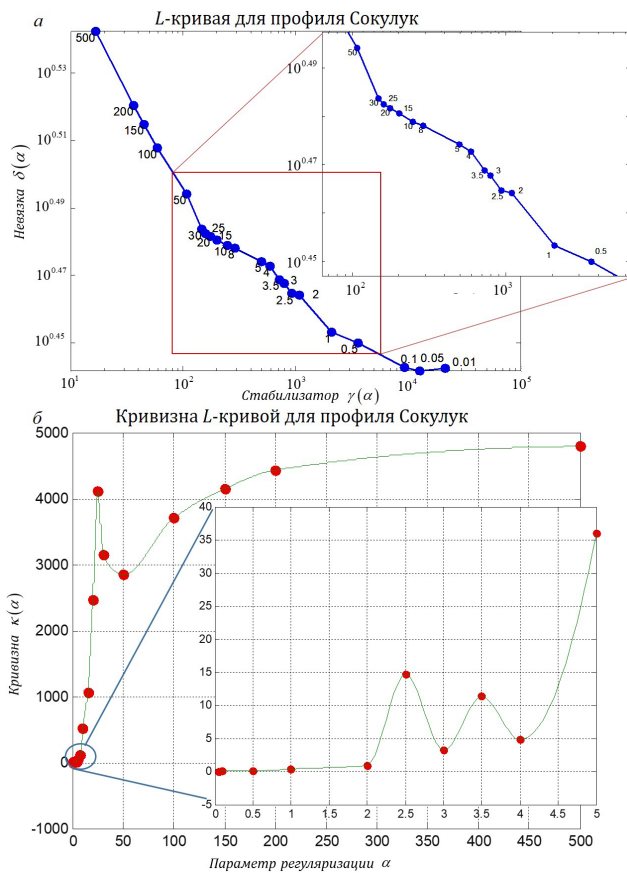


Рис. 3. L -кривая (а) и график функции кривизны $\kappa(\alpha)$ L -кривой (б) для профиля Сокулук.

Fig. 3. L -curve (а) and the graph of the L -curve curvature function $\kappa(\alpha)$ (б) for Sokuluk profile.

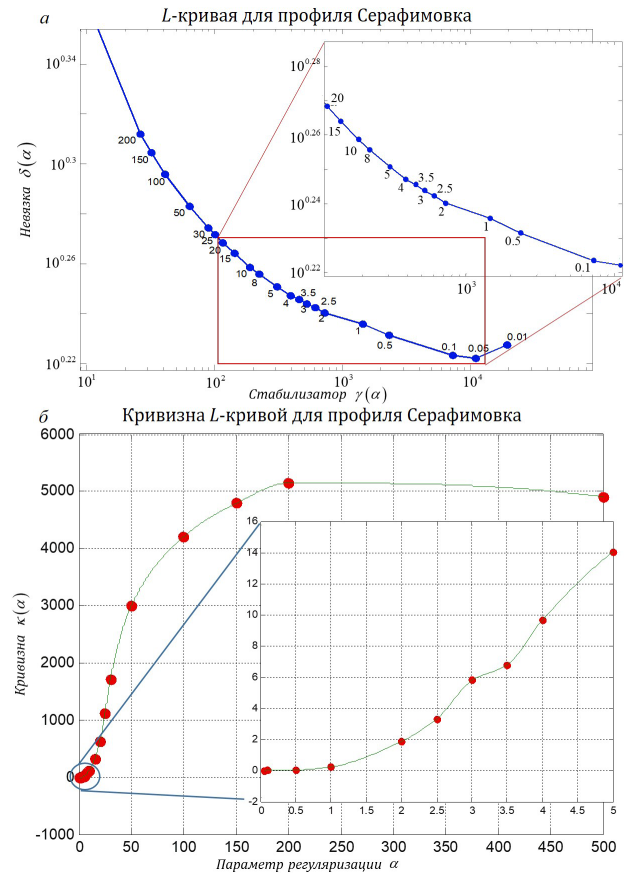


Рис. 4. L -кривая (а) и график функции кривизны $\kappa(\alpha)$ L -кривой (б) для профиля Серафимовка.

Fig. 4. L -curve (а) the graph of the L -curve curvature function $\kappa(\alpha)$ (б) for Serafimovka profile.

ний обратных задач для найденных квазиоптимальных значений α с решениями этих же обратных задач для $\alpha = 3$. Построим геоэлектрические разрезы вдоль рассматриваемых МТ-профилей для квазиоптимальных значений параметров регуляризации, и сравним (на основе визуального сопоставления) их с соответствующими разрезами, получаемыми при $\alpha = 3$ (рис. 7–10). Отметим, что на рисунках 7–10 в верхних частях разрезов черными треугольниками отмечены места расположения МТ-пунктов на линии профиля, а отображение распределения удельного электрического сопротивления выполнено с помощью соответствующей цветовой шкалы.

На рис. 7–10 показано, что основные объекты, выделяемые на геоэлектрических разрезах для найденных квазиоптимальных значений параметра α и для $\alpha = 3$ схожи, но есть незначительные различия в «геометрии» среды. Дальнейший выбор одного варианта, наиболее соответствующего априорной геолого-геофизической информации, является дополнительной задачей, решение которой требует от геофизика-интерпретатора углубленных знаний о геологических особенностях изучаемого региона.

Таким образом, в рамках совершенствования методики интерпретации данных магнитотеллурического зондирования, применяемой в ИС РАН, на примере нескольких магнитотеллурических профилей, располагающихся на территории Бишкекского геодинамического полигона, апробирован метод *L*-кривой при определении оптимальных параметров регуляризации для 2D инверсии этих данных. Для профилей Кара-Балта, Сокулук, Серафимовка и Туюк найдены квазиоптимальные параметры регуляризации и построены геоэлектрические разрезы, которые, как оказалось, не имеют принципиальных различий с соответствующими 2D моделями среды, получаемыми при $\alpha = 3$. Визуальное сопоставление геоэлектрических разрезов позволило убедиться в следующем: не смотря на то, что квазиоптимальный параметр тихоновской регуляризации α , согласно *L*-кривым, может варьироваться, допустимо использовать в качестве оптимального результата инверсии и результат, получаемый при $\alpha = 3$, что подкрепляет правомерность использования $\alpha = 3$

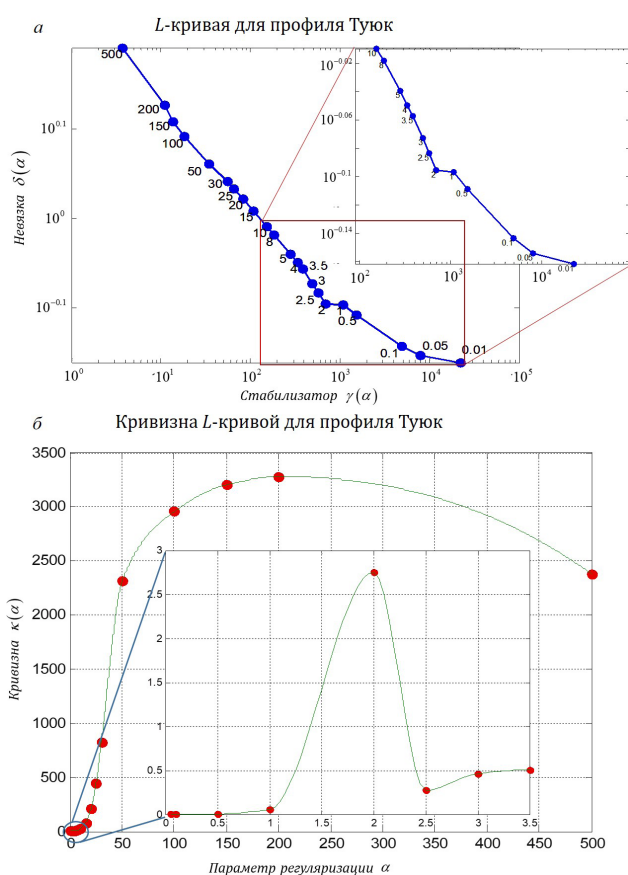


Рис. 5. *L*-кривая (а) и график функции кривизны $\kappa(\alpha)$ *L*-кривой (б) для профиля Туюк.

Fig. 5. *L*-curve (a) the graph of the *L*-curve curvature function $\kappa(\alpha)$ (b) for Tuyuk profile.

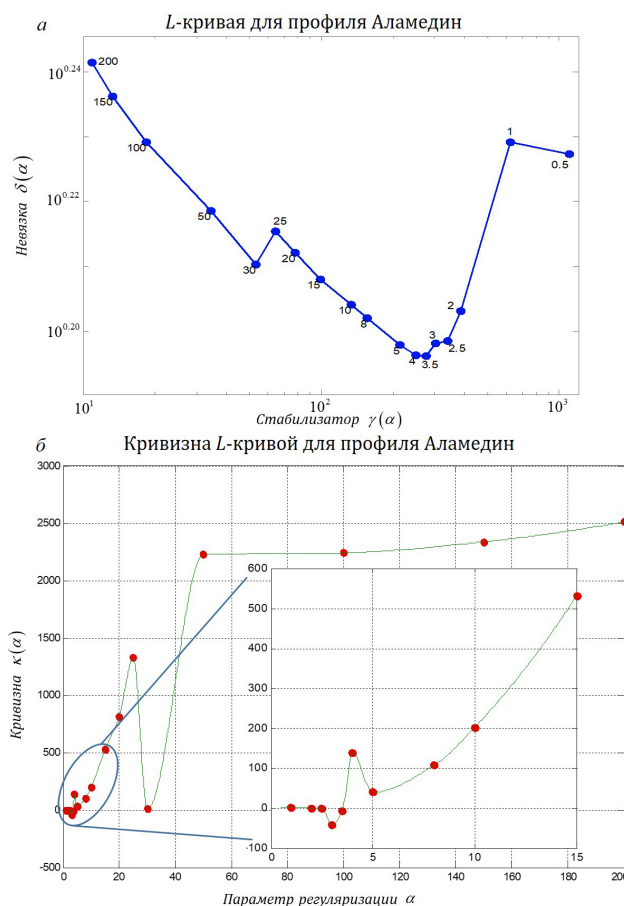


Рис. 6. *L*-кривая (а) и график функции кривизны $\kappa(\alpha)$ *L*-кривой (б) для профиля Аламедин.

Fig. 6. *L*-curve (a) the graph of the *L*-curve curvature function $\kappa(\alpha)$ (b) for Alamedin profile.

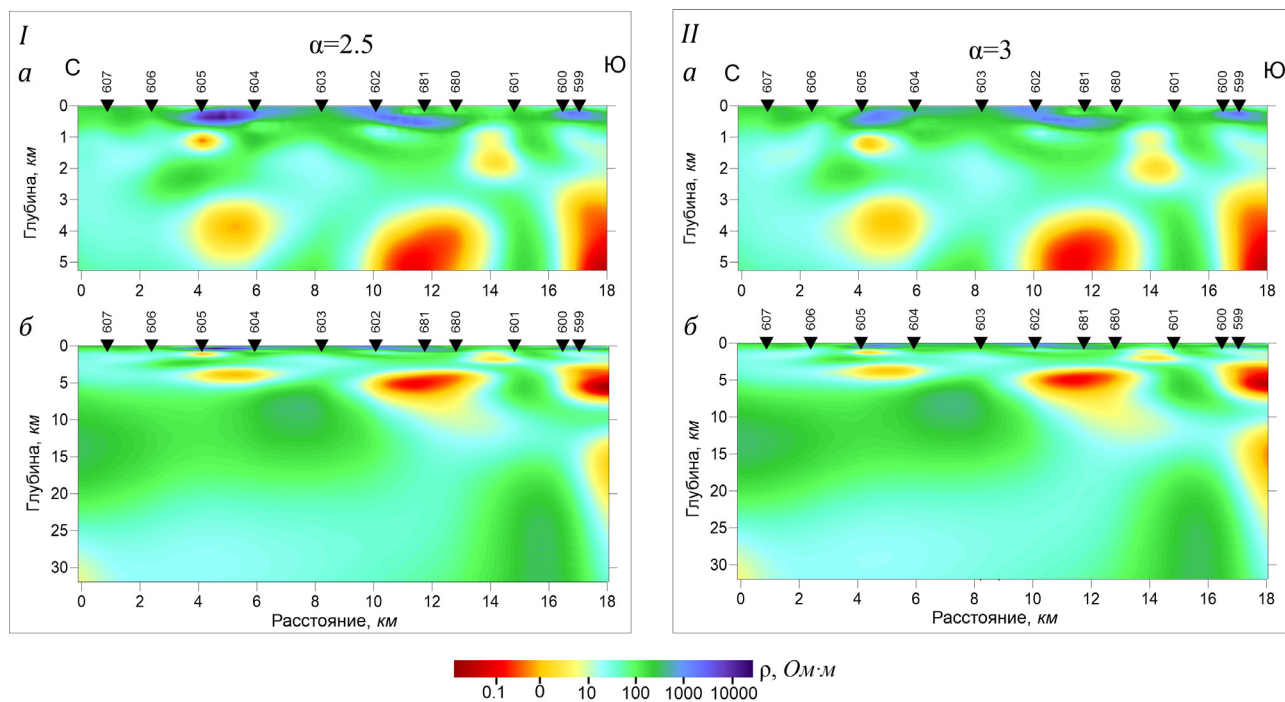


Рис. 7. Геоэлектрический разрез (*a* — до глубины 5 км, *б* — до глубины 30 км) вдоль профиля Кара-Балта, полученный при 2D инверсии профильных МТ-данных с использованием параметра регуляризации: I) $\alpha = 2.5$; II) $\alpha = 3$.

Fig. 7. Geoelectrical cross section (*a* — to a depth of 5 km, *б* — to a depth of 30 km) along the Kara-Balta profile obtained by 2D inversion of MT-data using regularization parameter: I) $\alpha = 2.5$; II) $\alpha = 3$.

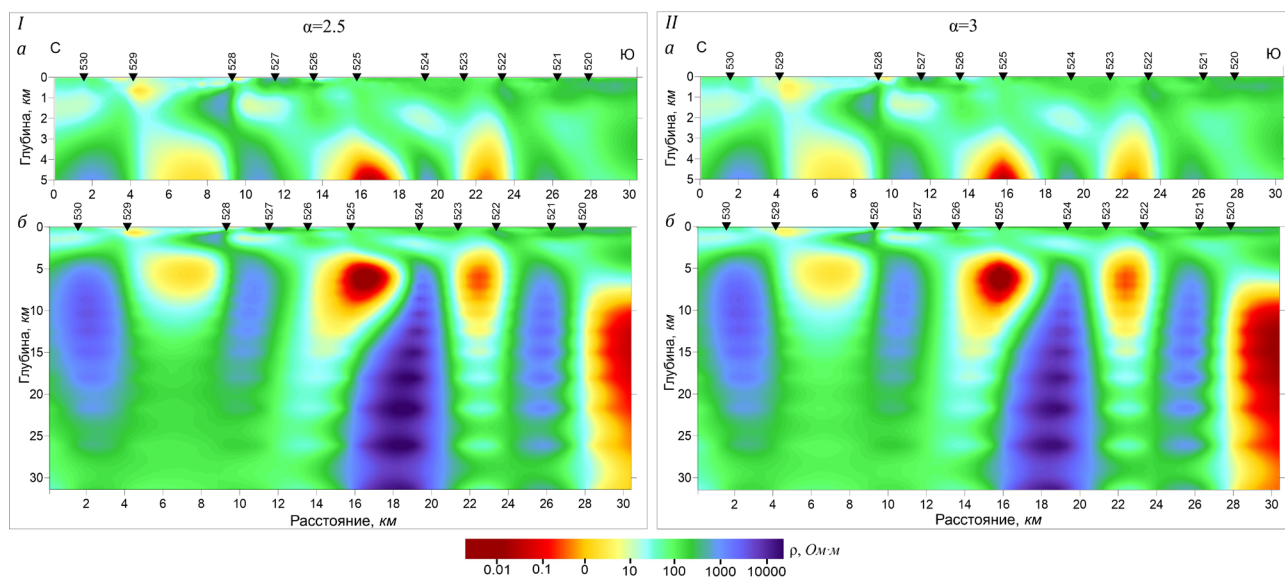


Рис. 8. Геоэлектрический разрез (*a* — до глубины 5 км, *б* — до глубины 30 км) вдоль профиля Сокулук, полученный при 2D инверсии профильных МТ-данных с использованием параметра регуляризации: I) $\alpha = 2.5$; II) $\alpha = 3$.

Fig. 8. Geoelectrical cross section (*a* — to a depth 5 of km, *б* — to a depth of 30 km) along Sokuluk profile obtained by 2D inversion of MT-data using regularization parameter: I) $\alpha = 2.5$; II) $\alpha = 3$.

повсеместно при инверсии магнитотеллурических данных Тяньшанского региона, как это и выполнялось ранее в Научной станции РАН. Таким образом, проведенные и описанные в данной работе численные эксперименты частично подтвердили предположение автора о том, что, скорее всего, значение параметра регуляризации,

равное трем, в ИС РАН было выбрано неспроста и не чисто интуитивно, а относительно аналитическим способом, аналогичным примененному в данной работе.

Также, на примере профиля Аламедин, было замечено, что *L*-кривая, возможно, служит и своеобразным индикатором некорректности

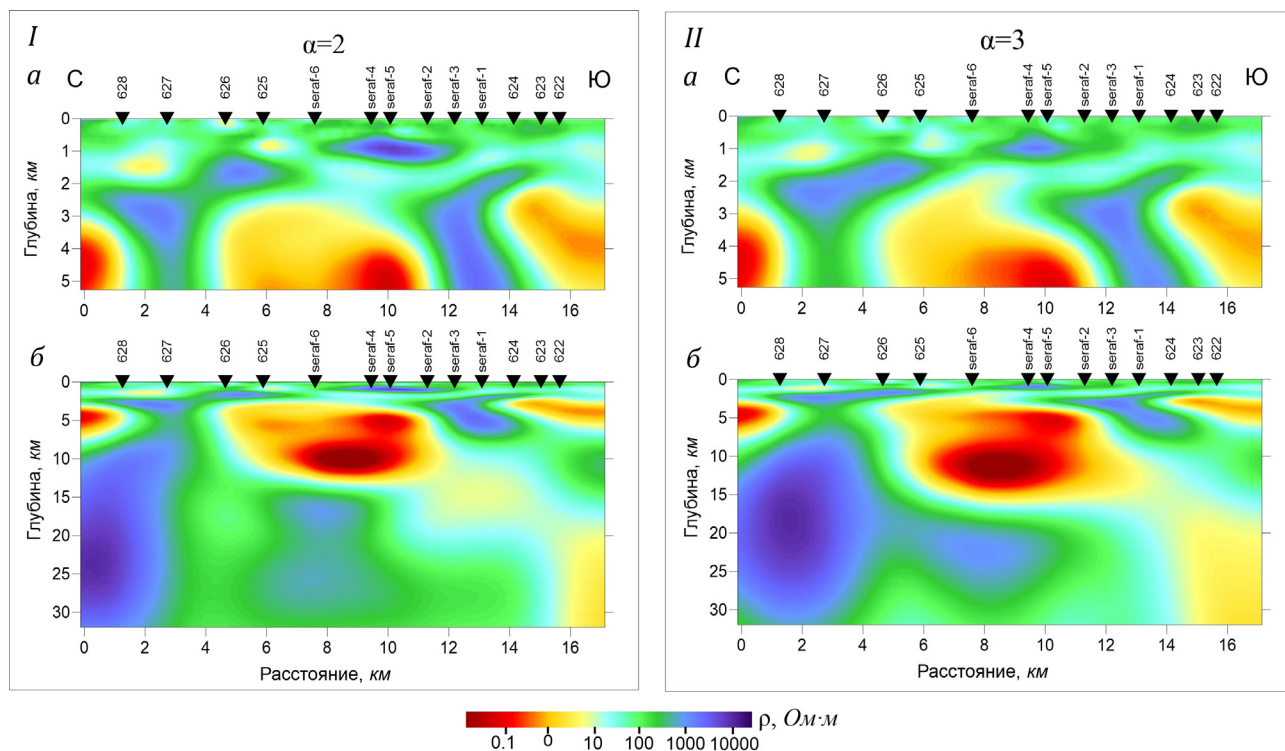


Рис. 9. Геоэлектрический разрез (*a* — до глубины 5 км, *б* — до глубины 30 км) вдоль профиля Серафимовка, полученный при 2D инверсии профильных МТ-данных с использованием параметра регуляризации: I) $\alpha = 2$; II) $\alpha = 3$.

Fig. 9. Geoelectrical cross section (*a* — to a depth of 5 km, *б* — to a depth of 30 km) along Serafimovka profile obtained by 2D inversion of MT-data using regularization parameter: I) $\alpha = 2$; II) $\alpha = 3$.

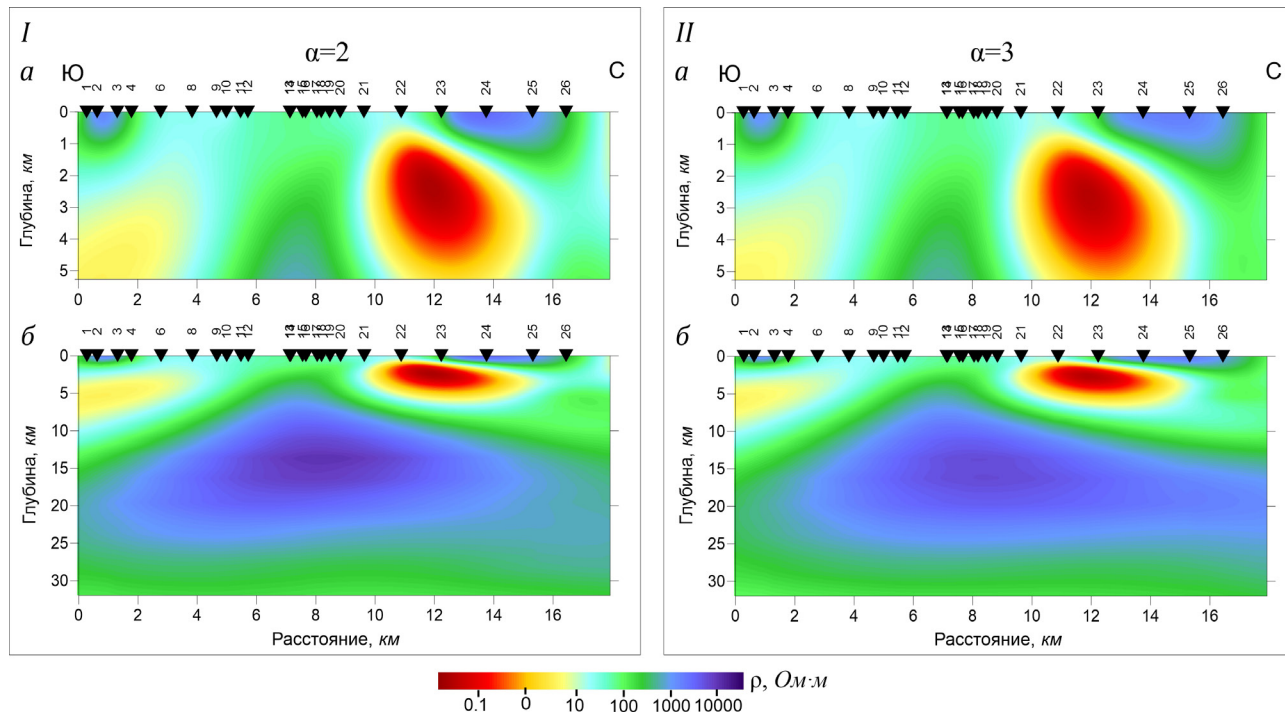


Рис. 10. Геоэлектрический разрез (*a* — до глубины 5 км, *б* — до глубины 30 км) вдоль профиля Туюк, полученный при 2D инверсии профильных МТ-данных с использованием параметра регуляризации: I) $\alpha = 2$; II) $\alpha = 3$.

Fig. 10. Geoelectrical cross section (*a* — to a depth of 5 km, *б* — to a depth of 30 km) along Tuyuk profile obtained by 2D inversion of MT-data using regularization parameter: I) $\alpha = 2$; II) $\alpha = 3$.

входных данных инверсии (например, неаккуратно выполненном осреднении импедансных кривых и построении их сплайн-интерполянтов при подготовке полевых данных к инверсии) и свидетельствует о необходимости дополнительной обработки натуральных данных.

Отметим также, что открытым для дальнейших исследований остался вопрос генерации набора значений α , среди которых осуществляется поиск квазиоптимального параметра регуляризации. Данная задача будет рассмотрена автором в последующих работах.

Представленные в работе результаты получены в рамках выполнения государственного задания Научной станции РАН в г. Бишкеке (тема АААА-А19-119020190063-2) и будут использоваться в дальнейшем при комплексных геолого-геофизических исследованиях Северного Тянь-Шаня.

Список литературы [References]

- Баталев В.Ю., Баталева Е.А., Матюков В.Е., Рыбин А.К.* Глубинное строение западной части зоны Таласо-Ферганского разлома по результатам магнитотеллурических зондирований // Литосфера. 2013. № 4. С. 136–145 [*Batalev V.Yu., Bataleva E.A., Matyukov V.E., Rybin A.K.* Deep structure of the western area of Talas-Fergana fault as a result of magnetotelluric sounding // *Lithosphere*. 2013. P. 136–145 (in Russian)].
- Баталева Е.А., Баталев В.Ю.* Проявление разломных структур в электромагнитных параметрах (для территории Центрального Тянь-Шаня) // Вестник Кыргызско-Российского славянского университета. 2015. Т. 15. № 9. С. 160–164 [*Bataleva E.A., Batalev V.Yu.* Appearance of fault structures in electromagnetic parameters (for the territory of the Central Tien Shan) // *Vestnik Kyrgyzsko-Rossijskogo slavjanskogo universiteta*. V. 15. Iss. 9. P. 160–164 (in Russian)].
- Баталева Е.А., Матюков В.Е.* Детальное глубинное строение прибрежной зоны Иссык-Кульской впадины на примере профиля Саруу // Вестник Кыргызско-Российского славянского университета. 2018. Т. 18. № 4. С. 150–155 [*Bataleva E.A., Matyukov V.E.* Detailed deep structure of the basin flank zone of the Issyk-Kul depression based on the example of the Saruu profile // *Vestnik Kyrgyzsko-Rossijskogo slavjanskogo universiteta*. V. 18. Iss. 4. P. 150–155 (in Russian)].
- Баталева Е.А., Мухамадеева В.А.* Комплексный электромагнитный мониторинг геодинамических процессов Северного Тянь-Шаня (Бишкекский геодинамический полигон) // Геодинамика и тектонофизика. 2018. Т. 9. № 2. С. 461–487 [*Bataleva E.A., Mukhamadeeva V.A.* Complex electromagnetic monitoring of geodynamic processes in the Northern Tien Shan (Bishkek geodynamic test area) // *Geodynamics & Tectonophysics*. 2018. V. 9. Iss. 2. P. 461–487. <https://doi.org/10.5800/GT-2018-9-2-0356> (in Russian)].
- Баталева Е.А., Пржиялговский Е.С., Баталев В.Ю. и др.* Новые данные о глубинном строении Южно-Кочкорской зоны концентрированной деформации // ДАН. 2017. Т. 475. № 5. С. 571–575. <https://doi.org/10.7868/S0869565217230219> [*Bataleva E.A., Batalev V.Y., Matyukov V.E. et al.* New data on the deep structure of the South Kochkor zone of concentrated deformation // *Doklady Earth Sciences*. 2017. V. 475. Iss. 2. P. 930–934. <https://doi.org/10.1134/S1028334X1708013X>].
- Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И.* Модели и методы магнитотеллурики. М.: Научный мир, 2009. 680 с. [*Berdichevsky M.N., Dmitriev V.I.* Models and Methods of Magnetotellurics. M.: Nauchnyj Mir, 2009. 680 p. (in Russian)].
- Жданов М.С.* Теория обратных задач и регуляризации в геофизике. М.: Научный Мир, 2007. 710 с. [*Zhdanov M.S.* Teorija obratnyh zadach i reguljarizacii v geofizike. M.: Nauchnyj Mir, 2007. 710 p. (in Russian)].
- Жданов М.С.* Электроразведка: Учеб. для вузов. М.: Недра, 1986. 316 с. [*Zhdanov M.S.* Jelektorazvedka: Ucheb. dlja vuzov. M.: Nedra, 1986. 316 p. (in Russian)].
- Леонов А.С., Ягола А.Г.* Метод L-кривой всегда дает неустраняемую систематическую ошибку // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика, астрономия. 1997. Т. 38. № 6. С. 17–19 [*Leonov A.S., Yagola A.G.* The L-curve method always gives a fatal systematic error // *Vestnik Moskovskogo universiteta*. Serija 3. Fizika, astronomija. 1997. V. 38. Iss. 6. P. 17–19 (in Russian)].
- Леонов А.С., Ягола А.Г.* Можно ли решить некорректную задачу без знания погрешности данных? // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика, астрономия. 1995. Т. 36. С. 28–33. [*Leonov A.S., Yagola A.G.* Is it possible to solve an incorrect problem without knowing the data error? // *Vestnik Moskovskogo universiteta*. Serija 3. Fizika, astronomija. 1995. V. 36. P. 28–33 (in Russian)].
- Матюков В.Е., Баталева Е.А.* Роль параметра регуляризации при выполнении 2D инверсии магнитотеллурических данных // Вестник Кыргызско-Российского славянского университета. 2018. Т. 18. № 4. С. 170–174 [*Matyukov V.E., Bataleva E.A.* The role of the regularization parameter for the execution of 2D inversion of magnetotellurical data // *Vestnik Kyrgyzsko-Rossijskogo slavjanskogo universiteta*. V. 18. Iss. 4. P. 170–174 (in Russian)].
- Рыбин А.К.* Глубинное строение и современная геодинамика Центрального Тянь-Шаня по результатам магнитотеллурических исследований. М.: Научный мир, 2011. 232 с. [*Rybin A.K.* Deep structure and modern geodynamics of the Central Tien Shan based on the results of magnetotelluric studies. M.: Nauchny Mir, 2011. 232 p. (in Russian)].
- Рыбин А.К., Баталева Е.А., Матюков В.Е.* Детализация геоэлектрической структуры зоны сочленения Чуйской впадины и Киргизского хребта (миниполигон Кентор) // Вестник Кыргызско-Российского славянского университета. 2018. Т. 18. № 12. С. 134–140. [*Rybin A.K., Bataleva E.A., Matyukov V.E.* Detalization of geoelectric structure of the joint zone of the Chui Basin and the Kyrgyz Ridge (Minipolygon Kentor) // *Vestnik Kyrgyzsko-*

- Rossijskogo slavjanskogo universiteta. 2018. T. 18. № 12. P. 134–140 (in Russian)].
- Рыбин А.К., Матюков В.Е., Баталев В.Ю., Баталева Е.А.* Глубинная геоэлектрическая структура земной коры и верхней мантии Памиро-Алайской зоны // Геология и геофизика. 2019. Т. 60. № 1. С. 127–139. <https://doi.org/10.15372/GiG2019008> [*Rybin A.K., Matyukov V.E., Batalev V.Yu., Bataleva E.A.* Deep geoelectric structure of the Earth's crust and Upper Mantle of the Pamir–Alai zone // Russian Geology and Geophysics. 2019. V. 60. Iss. 1. P. 108–118. <https://doi.org/10.15372/GiG2019008>].
- Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы: Учеб. пособие для вузов. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 432 с. [*Samarskij A.A., Gulin A.V.* Numerical methods: study guide for universities. M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1989. 432 p. (in Russian)].
- Тихонов А.Н.* Решение некорректно поставленных задач и методы регуляризации // ДАН. 1963. Т. 151. № 3. С. 501–504 [*Tikhonov A.N.* Solution of ill-posed problems and methods of regularization // Doklady Earth Sciences. 1963. V. 151. Iss. 3. P. 501–504 (in Russian)].
- Hansen P.C.* Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve // SIAM Review. 1992. V. 34. № 4. P. 561–580.
- Hansen P.C.* The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems // Computational Inverse Problems in Electrocardiology. WIT Press. 2001. V. 3. P. 119–142.
- Huang W., Liu L., Gao T. et al.* The application of the L-curve method in the retrieval of temperature profiles using ground-based hyper-spectral infrared radiance // Guang Pu Xue Yu Guang Pu Fen Xi [in Chinese]. 2016. V. 36. № 11. P. 3620–3624.
- Israil M., Tyagi D.K., Gupta P.K., Niwas S.* Magnetotelluric investigations for imaging electrical structure of Garhwal Himalayan corridor, Uttarakhand, India // Journal of Earth System Science. 2008. № 3. P. 189–200.
- Matsuno T., Chave A.D., Jones A.G. et al.* Robust magnetotelluric inversion // Geophysical Journal International. 2014. V. 196. Iss. 3. P. 1365–1374. <https://doi.org/10.1093/gji/ggt484>.
- Mueller J.L., Siltanen S.* Linear and nonlinear inverse problems with practical applications. Philadelphia: SIAM, 2012. 351 p.
- Pei Y., Xu Y., Dong F.* A modified L-curve method for choosing regularization parameter in electrical resistance tomography // IEEE International Conference on Imaging Systems and Techniques (IST). Macau. 2015. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/IST.2015.7294469>.
- Rodi W.L., Mackie R.L.* Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion // Geophysics. 2001. V. 66. P. 174–187.
- Terra F., Bassrei A., Santos E.* Application of the L-curve in seismic travelttime tomography: methodologies for the extraction of the optimal regularization parameter // AGU Fall Meeting Abstracts. 2007. P. 61–71.

APPLICATION OF THE L-CURVE METHOD IN DETERMINING THE QUASI-OPTIMAL REGULARIZATION PARAMETER FOR TWO-DIMENSIONAL INVERSION OF MAGNETOTELLURIC DATA AT THE BISHKEK GEODYNAMIC TEST SITE

O.B. Zabinyakova

Research Station of the Russian Academy of Sciences, Bishkek, Kyrgyz Republic

This paper presents the results of application of the approach, previously not used at the Research Station of the Russian Academy of Sciences in Bishkek, to determine the quasi-optimal value of the regularization parameter for the inversion of the profile magnetotelluric data. For several magnetotelluric profiles of the Bishkek geodynamic polygon a series of twenty-two inversions was carried out and the L-curve method was tested to determine the optimal parameter of the Tikhonov regularization when solving the corresponding inverse two-dimensional problems. For the Kara-Balta, Sokuluk, Serafimovka and Tuyuk magnetotelluric profiles the quasi-optimal values of the regularization parameter were found using L-curves and the corresponding geoelectric sections were constructed. On the basis of a visual correlation the solutions obtained using the found quasi-optimal values of the regularization parameter, with the solutions obtained by using the regularization parameter equal to three was compared. The validity of using the regularization parameter with a value equal to three in the inversion of magnetotelluric data of the Tien Shan region was established.

Keywords: magnetotelluric data, inversion, Tikhonov regularization, regularization parameter, L-curve.

Поступила в редакцию 02.03.2021 г.
После доработки 07.06.2021 г.
Принята в печать 28.06.2021 г.