Научные статьи

УДК 550.83

DOI: 10.31431/1816-5524-2021-1-49-10-23

Светлой памяти Александра Ивановича Кобрунова посвящается

«ТОМОГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ» АНОМАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЕТОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ИСТОЧНИКОВ

© 2021 А.С. Долгаль¹, П.Н. Новикова¹, Е.Н. Осипова², А.В. Пугин¹, В.А. Рашидов³

¹Горный институт УрО РАН, Пермь, Россия, 614007; e-mail: asdolgal@inbox.ru ²Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, Россия, 634050 ³Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН, Петропавловск-Камчатский, Россия, 683006

Статья посвящена «томографическому» подходу к интерпретации геопотенциальных полей. Приводится краткий экскурс в историю развития интерпретационной томографии. Рассматриваются общие вопросы, касающиеся создания «эффективных» томографических моделей. В качестве одного из методов преобразования геопотенциальных полей для построения такого рода моделей предлагается использовать трансформации на основе истокообразной аппроксимации. Данный вид преобразования позволяет учитывать информацию о рельефе поверхности наблюдений. При построении аналитической аппроксимации поля обычно выполняется решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с приближенно заданной правой частью. На модельном примере исследованы отдельные вопросы, касающиеся обусловленности СЛАУ при различной глубине расположения эквивалентных источников. Произведено сопоставление двух итерационных методов решения систем, метода Зейделя и наискорейшего градиентного спуска. Показано, что последний позволяет достичь требуемой точности аппроксимации поля за меньшее число итераций. Подчеркивается преимущество в скорости расчетов при разрежении матрицы коэффициентов оператора преобразования (истокообразной функции). Приведен пример использования данного подхода к интерпретации аномалий магнитного поля над подводным вулканом 3.18 в пределах Курильской островной дуги.

Ключевые слова: интерпретационная томография, эффективная модель, истокообразная annpokсимация, магнитное поле.

ВВЕДЕНИЕ

Австрийский физик Иоганн Радон (Johann Karl August Radon) в 1917 г. доказал возможность полного восстановления структуры объекта по множеству изображений его срезов, а также построения новых изображений ранее не полученных срезов (Наттерер, 1990). Математической основой вычислительной (реконструктивной) томографии является восстановление многомерных функций по их интегральным характеристи-

кам с использованием преобразования Радона (Волков, 2014). Наиболее важным практическим приложением этого открытия стала медицина: в 1972 г. Годфри Ньюболд Хаунсфилд (Godfrey Newbold Hounsfield) создал рентгеновский компьютерный томограф, предназначенный для исследования скрытых в организме образований (опухолей, внутренних кровоизлияний и т. п.), что существенно повысило возможности диагностики и привело к созданию новых методов лечения (Наттерер, 1990).

ТОМОГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

В прикладной геофизике широко используется сейсмическая томография, являющаяся основным источником информации о глубинном строении Земли, интенсивно развиваются методы электроразведочной томографии. Томографический подход к интерпретации данных гравиразведки впервые был представлен Ю.Я. Ващиловым (Ващилов, 1995), который в 1994 г. продемонстрировал результаты послойного изучения «плотностной структуры земной коры и верхней мантии» на глубинах 20, 30, 40 и 60 км северо-востока России. Им был введен термин «гравиметрическая томография». По мнению Ю.Я. Ващилова, «массовая интерпретация аномалий силы тяжести в классе трехмерных блоковых моделей источников возмущения позволяет получить величины относительных изменений плотности в горизонтальном направлении» (Бабаянц и др., 2004).

В настоящее время можно считать сформировавшимся новое «направление в теории интерпретации потенциальных полей, связанное с попытками изучения в некоторых частных случаях вертикального распределения намагниченности и плотности по данным магниторазведки и гравиразведки» (Бабаянц и др., 2004, с. 88). Это направление в русскоязычной среде получило название «интерпретационной томографии», внутри которой выделяются два подхода — фильтрационный и аппроксимационный (Бабаянц и др., 2004). В первом случае тем или иным способом выделяются «разноглубинные» составляющие из наблюденного гравитационного (магнитного) поля, во втором — строятся пространственные распределения ответственных за поле физических параметров (плотности $\sigma = \sigma(x, y, z)$ или эффективной намагниченности J = J(x, y, z), в той или иной степени отражающие основные особенности структурно-тектонического строения изучаемого объема геологической среды. Краткий обзор методов интерпретационной томографии геопотенциальных полей приведен в работах (Долгаль, Шархимуллин, 2009а, 2009б).

Среди иностранных геофизиков «томографический» подход к интерпретации геопотенциальных полей также распространен. Чаще всего его называют псевдотомографией (pseudo-tomography — англ.) (Abdelfattah et al., 2014; Abdelfattah et al., 2020; Baillieux et al., 2014; Guglielmetti, Moscariello, 2019) или вероятностной томографией (probability tomography — англ.) (Chianese, Lapenna, 2006; Hamzeh, Mehramuz, 2019; Iuliano et al., 2001; Liu et al., 2014; Mauriello, Patella, 2001, 2008), если результат представляется в виде нормированного распределения значений некоторого параметра в диапазоне [–1; 1] подобно функции плотности вероятности случайной величины. Предпринимаются попытки представления результатов в виде более понятного интерпретатору эквивалентного распределения масс в нижнем полупространстве (Guo et al., 2011a, 2011b).

Можно перечислить основные особенности, присущие большинству методов интерпретационной томографии, которые делают их привлекательными для геофизиков:

 использование минимума априорной информации об источниках поля;

 – разделение интерпретируемого гравитационного (магнитного) поля на составляющие, отождествляемые с влиянием разноглубинных (не обязательно горизонтальных) слоев горных пород;

 – отсутствие трудоемких процедур построения начального приближения, используемых в методе подбора;

 – применение сравнительно быстрых вычислительных алгоритмов, допускающих обработку больших объемов исходной информации;

 возможность построения различных вариантов пространственных распределений геоплотностных (геомагнитных) неоднородностей в изучаемом объеме среды;

 – широкий спектр способов визуализации результативных интепретационных построений (Долгаль и др., 2012).

Следует также отметить, что для методов гравиразведки и магниторазведки применение существующих алгоритмов реконструктивной томографии, как правило, не представляется возможным. Вместо серии проекционных снимков (срезов) объекта (фрагмента геологической среды) на входе процесса томографической обработки имеется лишь одно 2D изображение — карта (цифровая модель) аномального поля. Это влечет за собой невозможность корректного формирования на выходе 3D изображения с использованием обратного аналитического преобразования данных, в частности — путем решения интегрального уравнения Фредгольма I рода (Тихонов и др., 1987).

Поэтому для теоретического обоснования алгоритмов построения куба эффективного параметра, приближенно отражающего распределение эффективной плотности (намагниченности) в пределах области исследований, используются элементы теории решения некорректных задач (Ладовский, Гемайдинов, 2018; Петрищевский, 2007) и спектрального анализа (Керимов, 2020; Матусевич, 2013), а также представление поля в виде стационарного энергетического потока (Вдовина, 2010), функции плотности вероятности (Chianese, Lapenna, 2006; Hamzeh, Mehramuz, 2019; Iuliano et al., 2001; Liu et al., 2014; Mauriello, Patella, 2001, 2008), эквивалентного распределения масс (Guo et al., 2011a, 2011b) и др. Однако до сих пор не удалось получить исчерпывающее теоретическое объяснение эффективности применения интерпретационной томографии. В частности, можно привести пример эффективного использования фильтрационной томографии в системе КОСКАД (http://www.coscad3d.ru/) в пределах южного Мангышлака с целью изучения строения палеозойского комплекса горных пород¹.

ПОСТРОЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

В обобщенном виде при интерпретационной томографии по некоторому числу *N* измерений потенциального поля U выполняется построение распределения эффективного параметра $L = L(x_i, y_i, z_i)$ неким образом связанного с полем, где i = 1, M, где M = KN - число точек(или элементарных объемов), К – количество слоев результирующей модели. Построение куба плотностей (намагниченностей) М источников с фиксированными геометрическими параметрами по *N* точкам поля можно было бы свести к задаче многомерной оптимизации $||AI - U|| \rightarrow \min$, где A — аномальный эффект источника при l = 1, но при численной реализации это потребует решения недоопределенной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), имеющей бесконечное множество решений.

Рассмотрим процесс интерпретационной томографии подробнее. Пусть исходное поле U задано в узлах произвольной сети на поверхности S(x, y), т. е. имеет двумерное (поверхностное) распределение. Различием в высотах h узлов пока можно пренебречь. Для нового параметра, который будет являться результатом интерпретационной томографии, создается трехмерный (объемный) сеточный носитель, состоящий из Kслоев. Узлы сети каждого слоя чаще всего получены проецированием точек задания поля Uс поверхности S(x, y) на горизонтальную плоскость, реженадругую криволинейную поверхность S'(x, y), находящиеся в нижнем полупространстве.

Далее по полю Uс применением к нему преобразования F вычисляется один слой нового параметра L, другими словами, множество значений потенциального поля $U = \{u_{ij}\}$ однозначным образом отображается в множество значений $L = \{l_{ij}\}$ трансформанты поля или некоторого «эффективного» параметра (например, эффективной плотности или намагниченности) $U \stackrel{f}{=} L$. Оператор преобразования *F*может быть построен как без учета разновысотности сети узлов задания исходного поля *U*, так и с учетом этого фактора.

Данная процедура повторяется К раз с получением К числа слоев нового параметра множеств L_k , k = 1, K, которые в последующем объединяются в множество $L^* = \bigcup_{k=1}^{K} L_k$. Ранжирование слоев производится в соответствии с порядковым номером k; при этом каждому kставится в соответствие некоторое значение третьей координаты декартова пространства z. Таким образом, множество L* в декартовом пространстве представляет собой куб данных, в котором для простоты интерпретации ось ОД направляют вниз аналогично оси глубин геологических разрезов. Поскольку перевод k в z достаточно условный и определяется простейшими соотношениями, то ось ОZ в данном случае называют осью «эффективных» (мнимых) глубин. Графически результат интерпретационной томографии представляют в виде объемного распределения изолиний параметра L или воксельного изображения, где каждому вокселу (voxel (англ.) — трехмерный пиксель, минимальный элемент объемного изображения) ставится в соответствие один элемент l_{iik} .

Еще раз подчеркнем, что множество L* мощнее U в K раз и имеет размерность на единицу больше. Предположим, что преобразование *F* можно представить в аналитическом виде, тогда для получения семейства трансформант L_{ν} к полю Uнеобходимо многократно применить преобразование на основе системы подобных функций F_k. Условия томографического подхода не требуют, чтобы эта система являлась ортогональной и полной, поэтому слои L_{k} не являются информационно независимыми (могут содержать одинаковые частотные составляющие в разных амплитудных соотношениях), что приводит к информационной избыточности L* по отношению к U. На первый взгляд, данный факт вызывает сомнение в информационной корректности интерпретационной томографии, но не является существенным недостатком подхода или препятствием к его успешному применению для анализа геопотенциальных полей.

Приведем в пример известный метод непрерывное вейвлет-преобразование (НВП), которое также не требует ортогональности и полноты применяемой системы анализирующих функций. Полученный спектр вейвлет-коэффициентов при НВП является информационно избыточным по отношению к исходному сигналу, что только способствует результативности инструмента при анализе сложных пространственных распределений или временных рядов (Астафьева, 1996), в том числе аномальных геопотенциальных полей (Khariullina (Matveeva) и др., 2019; Moreau et al., 1999; Sailhac et al., 2000).

¹ Канатулы М. Картирование палеозойского фундамента Озен-Карамандыбасской структуры по данным гравимагниторазведки. Магистерская диссертация. Казахский Национальный Исследовательский Технический Университет имени К.И. Сатпаева. Алматы. 2020. 89 с. https://official.satbayev. university/download/document/16255/-2020_MAГ_ КАНАТУЛЫ_М.pdf, дата обращения 09.12.2020 г.

Основной задачей интерпретационной томографии является создание некоторого образа реальной геологической среды в той степени, в которой среда отображается в аномальном поле. Очевидно, что образ кардинально определяется применяемым методом преобразования F, поэтому интерпретируя результат томографии важно грамотно отделять его черты (артефакты), которые привнесены математическим инструментом, от той целевой информации, которая имеется в самом поле, и которую этот инструмент призван подчеркнуть. В англоязычных публикациях «томографический» подход часто называют «imaging» (построение изображения, англ.) (Chianese, Lapenna, 2006; Guo et al., 2011a, 2011b; Hamzeh, Mehramuz, 2019; Iuliano et al., 2001; Liu et al., 2014; Mauriello, Patella, 2001, 2008), подчеркивая, что его результат является не полноценной физико-геологической моделью среды, а всего лишь некоторым отражением реальности в зеркале геопотенциальных полей.

А.И. Кобрунов впервые ввел понятие эффективных моделей геологической среды, ярким примером которых являются интерпретационные построения на основе полного нормированного градиента В.М. Березкина (Березкин, 1988). Одним из типов таких моделей являются модели эффективного параметра, который «не имеет размерность конкретного физического параметра, а даже если и имеет, то рассчитанное от него с помощью уравнений математической физики поле не соответствует истинному» (Кобрунов, 2008, с. 32). Результаты интерпретационной томографии полностью отвечают моделям данного типа, построение которых необходимо «для формирования последующих геологических гипотез и введения содержательных моделей и их параметризаций» (Кобрунов, 2008, с. 36). Ярким примером эффективной модели являются результаты конечно-разностного интропродолжения гравитационного поля с целью локализации особых точек (Гласко, 2016).

По мнению авторов настоящей статьи, основанном на многолетних исследованиях гравитационных и магнитных полей разнообразных геологических структур, располагающихся в различных геодинамических обстановках, многие возможности теоретического обоснования метода интерпретационной томографии только с позиций математики являются ограниченными, поэтому данную проблему целесообразно рассмотреть с другой стороны. С точки зрения системной картографии, эти методы представляют собой переход от плоских (двумерных) геоизображений к объемным (трехмерным) на основе аналитических компьютерных процедур логико-математической генерализации. Выделяют два основных свойства этого процесса: 1) генерализация любых геоизображений ведет не только к свертке и потере данных,

но и способствует появлению качественно новой информации и закономерностей; 2) последовательное повышение уровня генерализации обеспечивает проявление на геоизображениях элементов все более крупных геосистем². Построение 3D диаграмм при томографических преобразованиях 2D карт геофизических полей направлено на оптимизацию картографических образов (Бурдэ, 1990), что влечет за собой улучшение восприятия картографической информации. Это полностью согласуется с мнением А.И. Кобрунова о том, что модели эффективного параметра являются лишь «специального вида изображениями», отражающими некоторые физико-геологические особенности изучаемого объема среды (Кобрунов, 2008).

АППРОКСИМАЦИЯ ПОЛЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

В качестве высокотехнологичного инструмента генерализации карт (цифровых моделей) геопотенциальных полей можно использовать аппроксимацию сеточным распределением Ω эквивалентных источников (Аронов, 1990; Dampney, 1969). При этом используется приближение наблюденного поля U теоретическим полем U* на основе системы потенциальных функций. Данная система функций представляет собой совокупный аномальный эффект элементарных тел, обладающих соответствующими физическими характеристиками (массой или магнитным моментом).

Несомненными достоинствами истокообразной аппроксимации является возможность подавления помех негармонического характера в поле *U* и возможность учета перепада высот (апликат *z*) точек измерений (Балк и др., 2016). Наиболее трудоемкой процедурой в данном случае является решение СЛАУ вида:

 $A\sigma = u$,

где **и** — вектор наблюденных значений гравитационного (магнитного) поля, σ — вектор неизвестных значений эффективной плотности (намагниченности) элементарных источников; **A** — матрица коэффициентов, представляющих собой аномальный эффект каждого источника, входящего в Ω , при $\sigma = 1$. Матрица **A** не обладает свойством диагонального преобладания $|a_{ij}| < \sum_{i\neq j} |a_{ij}|$ и при криволинейной поверхности наблюдений z(x, y) не является симметричной $a_{ij} \neq a_{ji}$. При резких перепадах высот *z* возможно появление отрицательных значений коэффициентов $a_{ij} < 0$. Экспериментально установлено, что при изменении глубины залегания *h* эквивалент-

(1)

² Конспект лекций по дисциплине системное картографирование (7 семестр). СГГА. Новосибирск. http://lib.ssga.ru/fulltext/UMK/..../Конспект_ лекций.pdf, дата обращения 10.12.2020 г.

ных источников в диапазоне $1\Delta \le h \le 3\Delta$, где Δ — шаг сети задания поля, числа обусловленности матрицы **A** (*H* — числа Тодда) $v_a = ||\mathbf{A}^{-1}||||\mathbf{A}||$ могут изменяться в пределах $10^2 \le v_a \le 10^7$, что говорит о плохой обусловленности СЛАУ (Долгаль, 2020). Такие СЛАУ часто называют «плохими» (обратный оператор $||\mathbf{A}^{-1}|| > c$, где *c* — достаточно большое число) и используют для их решения метод регуляризации (Старостенко, 1978; Страхов, Страхов, 1999].

Однако, в отличие от обратных задач геофизики, в которых необходимо получение геологически содержательного решения, в данном случае никаких ограничений на неизвестные физические параметры σ источников не накладывается, в т. ч. допустимо не ограничивать диапазон их изменения и величину градиента, связанные с «гладкостью» модели. Требуется лишь обеспечение выполнения условия $\|A\sigma - u\|^2 \le \varepsilon$, где в роли ε обычно выступает среднеквадратическая погрешность съемки. Правильный выбор соотношения между шагом сети Δ и относительной глубиной источников *h* (Аронов, 1990) приводит к саморегуляризации некорректной задачи, сводящейся к решению СЛАУ (1).

В большинстве практических случаев число неизвестных σ составляет порядка 10⁴ – 10⁶, что влечет за собой необходимость использования приближенных итерационных методов для решения СЛАУ. Основные затруднения при этом связаны с необходимостью многократного вычисления элементов матрицы А, т. к. ее размерность не допускает размещения необходимого количества вещественных чисел в оперативной памяти (RAM) компьютера. При выборе итерационных методов в данной ситуации целесообразно учитывать их арифметическую сложность, которая складывается из скорости сходимости метода и арифметической сложности одной итерации. Трудоемкой операцией внутри каждой итерации является умножение матрицы A на вектор σ , что дает преимущества простейшим методам первого порядка, где она выполняется однократно, в частности — методу Зейделя (Бахвалов и др., 2000). Строгое доказательство сходимости метода Зейделя для СЛАУ (1) при криволинейной поверхности задания поля *U* привести невозможно, однако у авторов настоящей работы имеется многолетний опыт его успешного применения для истокообразной аппроксимации гравитационных и магнитных полей. В несколько раз скорость вычислений этим методом можно повысить за счет динамического уменьшения размерности задачи (Долгаль, 2002). Во многих случаях несколько лучшую сходимость обеспечивает метод релаксаций.

Рассмотрим возможности использования метода наискорейшего градиентного спуска

(НГС) для аппроксимации магнитного поля ΔT_a системой вертикальных полубесконечных стержней с намагниченностью $J_{_{3\phi}} = J_z$. Искажения восстановленного поля ΔT^* и различных трансформант, обусловленные разными направлениями вектора эффективной намагниченности $J_{_{3d}}$ реальных аномалиеобразующих объектов и аппроксимирующих их элементарных источников, ранее экспериментально не установлены. В результате численных экспериментов выявлены существенные искажения трансформант магнитного поля, приуроченные к краевым частям площади и связанные с ограниченными размерами области задания исходных данных. Наиболее интенсивно эти эффекты проявляются при использовании одноуровневых аппроксимационных конструкций (Пугин, 2018). Проведем сравнительную оценку скорости и точности решения СЛАУ методами Зейделя и НГС на модельном примере.

Выбранная для эксперимента геомагнитная модель представлена несколькими различно намагниченными прямоугольными призмами, расположенными ниже поверхности *S*, прообразом которой являлся реальный рельеф земной поверхности севера Сибирской платформы с изменением высот в диапазоне 27–445 м (табл. 1, рис. 1*a*). Магнитное склонение $D = 15^{\circ}$, наклонение $I = 65^{\circ}$. Значения ΔT_a вычислялись путем решения прямой задачи магниторазведки в узлах квадратной сети 100×100 м на земной поверхности (рис. 1*б*). Размер матрицы значений ΔT_a составил 121 строка на 111 столбцов, т. е. число неизвестных равнялось 13431.

Решение СЛАУ выполнялось для трех аппроксимационных конструкций, в каждой из которых эквивалентные источники располагались непосредственно под точками измерений магнитного поля. Глубины *h* верхних кромок стержней относительно земной поверхности составили 100, 200 и 300 м соответственно. На рисунке 2 в логарифмическом масштабе представлены графики изменения невязки наблюденного и модельного полей $\varepsilon = ||\Delta T_a - \Delta T^*||^2$

Table 1. I afameters of the geomagnetic model								
Номер при- змы	Коор- динаты центра, км		Глубины верхнего и нижнего основа- ний, км		Раз- мер осно- вания, км	Составляю- щие вектора $J_{_{3\phi}}$, А/м		
	X	Y	Z_1	Z_2	L	J_x	J_{y}	J_{z}
1	2.5	9.5	1	2	1	0	0	5

2

6

4

4

0

4 4

5

5 4

0

6

6

4

4

4

1

2

1

1

Таблица 1. Параметры геомагнитной модели **Table 1.** Parameters of the geomagnetic model

1

3

3

3

2

3

4

5

7.5

5.25

2.75

8.5

8.5

5.25

2.25

3.25

ТОМОГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ



Рис. 1. Модельный пример: *a* — карта изогипс поверхности наблюдений *S*; *б* — карта изолиний магнитного поля ΔT . Квадратами показаны аномалиеобразующие призмы и их номера.

Fig. 1. A model example: a — the contour map of the observation surface S; δ — the contour map of the magnetic field ΔT . Squares and numbers show locations of parallelepipeds which are sources of magnetic anomalies.



Рис. 2. Характеристика итерационных процессов при разных глубинах источников поля: h = 100 м (*a*); h = 200 м (*b*); h = 300 м (*b*); 1 - метод HFC; 2 - метод Зейделя.

Fig. 2. Characteristics of iteration processes for different depths of equivalent sources: h = 100 m (*a*), h = 200 m (*b*), h = 300 m (*b*); 1 – the method of the quickest gradient descent; 2 – Seidel method.

в процессе решения СЛАУ. Критерием завершения расчетов являлось достижение заданной величины $\varepsilon_0 = 0.5$ нТл. Легко убедиться, что с ухудшением обусловленности системы (ростом числа v) по мере погружения источников количество итераций увеличивается. Во всех случаях итерационный процесс сходится, однако при h > 100 м для метода Зейделя монотонность убывания невязки нарушается. В методе НГС пороговое значение невязки ε_0 всегда достигалось при меньшем числе итераций, чем в методе Зейделя. Акцентируем внимание на одной особенности простейшей реализации метода Зейделя: текущая оценка невязки $\varepsilon^* = \|\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{u}\|$ на итерации с номером k + 1 выполняется с использованием значений $\boldsymbol{\sigma}^k$ и $\boldsymbol{\sigma}^{k+1}$. Полученная таким образом приближенная величина ε^* может быть в несколько раз ниже истинного значения невязки $\varepsilon = \|\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma}^{k+1} - \boldsymbol{u}\|$ (рис. 3).

В методе НГС очередное приближение к решению СЛАУ определяется исходя из направления антиградиента целевой функции ∇F в точке σ^k :

$$\boldsymbol{\sigma}^{k+1} = \boldsymbol{\sigma}^k - \alpha \nabla F(\boldsymbol{\sigma}^k), \qquad (2)$$

где длина шага спуска

 $\alpha = (A\sigma^k - u, A\sigma^k - u)/(A(A\sigma^k - u), A\sigma^k - u).$ (3) Амплитуда магнитного поля вертикального стержня (нити) уменьшается по закону 1/r³, где r — расстояние между верхней кромкой тела и точкой расчета, поэтому матрица A имеет почти ленточную структуру, поскольку содержит элементы $a_{ii} \ge 0$ на удалении от главной диагонали.



Рис. 3. Итерационный процесс решения СЛАУ методом Зейделя при h = 200 м: 1 — истинная невязка ε , 2 — текущая оценка невязки ε^* .

Fig. 3. The iteration process of the solution of the system of linear equations using Seidel method for depths of equivalent sources h = 200 m: 1 – true error ε of the approximation; 2 – current error estimation ε^* .

Например, на расстоянии r = 15h по горизонтали от источника величина его аномального эффекта не превышает 2.5×10^{-4} от максимума. Следовательно, можно выбрать достаточно малое значение δ коэффициентов и проводить расчеты с разреженной матрицей $A^* \approx A$ с элементами

$$a_{ij}^* = \begin{cases} a_{ij}, npu \, a_{ij} \ge \delta \\ 0, npu \, a_{ij} < \delta \end{cases}.$$
(4)

Как и в случае с ленточной матрицей, удобно использовать нечеткое представление δ в виде некоторого критического расстояния $r^* = r(\delta)$. При работе с матрицей **A**^{*} не происходит существенных изменений в скорости сходимости итерационного процесса. Шаг спуска α (3) также меняется слабо даже при сравнительно малом $r^* = 900$ м (рис. 4). Однако учет разреженной структуры матрицы коэффициентов СЛАУ существенно повышает скорость ее решения внутри каждой итерации методом НГС.

В таблице 2 приведены данные по решению СЛАУ методами Зейделя и НГС при $r^* = 1500$ м, свидетельствующие о несомненных преимуществах последнего.

Выше было высказано предположение о саморегуляризации решения СЛАУ (1), возникающей в процессе аппроксимации геопотенциальных полей эквивалентными источниками. Этот вопрос требует проведения отдельных исследований, однако стоит обратить внимание на близость результатов решения СЛАУ, полученных разными методами при h = 100 м (табл. 3) и сравнительно гладкое пространственное распределение $J_{sp}(x, y)$ построенных моделей (рис. 5), близкое по морфологии исходному магнитному полю ΔT_a (рис. 16).



Рис. 4. Итерационные процессы решения СЛАУ методом НГС при *h* = 200 м: 1 — для полностью заполненной матрицы **A**; 2 — для разреженной матрицы **A***.

Fig. 4. Iteration processes of the solution of the system of linear equations using the method of the quickest gradient descent for depths of equivalent sources h = 200 m: 1 – using the initial matrix A; 2 – using the sparse matrix A*.

ТОМОГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Глубина источников h, м	Μετοι ΗΓΟ			Метол Зейлеля			
	Число	Невязка	Время	Число	Невязка	Время	
	итераций	ε, нТл	счета, с	итераций	<i>є</i> , нТл	счета, с	
100	6	0.33	6	9	0.98	25	
200	12	0.54	11	18	3.32	51	
300	18	0.74	17	27	1.66	78	

Таблица 2. Показатели решений СЛАУ для модельного примера **Table 2.** Parameters of the solution of the system of linear algebraic equations for the model example

Примечание. Появление значений $\varepsilon > 0.5$ н Тл для метода НГС обусловлено влиянием неучтенных эквивалентных источников, удаленных от точек расчета поля на расстояние $r > r^*$.

Note. Values of $\varepsilon > 0.5$ for the method of the quickest gradient descent appear due to the impact of unaccounted equivalent sources which are at a distance of $r > r^*$ from the point of calculation.

Таблица 3. Статистические характеристики результатов решения СЛАУ (неизвестн	ных σ)
Table 3. Statistical characteristics of solution results of the system of linear equations (unkn	own σ)

Глубина источников <i>h</i> , м		Метод НГС		Метод Зейделя		
	Интервал	Среднее	Сред. квадр. откл.	Интервал	Среднее	Сред. квадр. откл.
100	[-0.28, 0.34]	3.4×10-4	0.066	[-0.29, 0.35]	1.3×10-4	0.066
200	[-0.28, 0.48]	3.8×10-4	0.077	[-6.30, 5.12]	3.9×10-4	0.141
300	[-0.87, 0.95]	3.4×10-4	0.093	[-25.88, 32.54]	2.4×10-4	0.668







Рис. 5. Намагниченность эквивалентных источников, полученная в результате решения СЛАУ методом $H\Gamma C$ при глубине h = 100 м (*a*) и глубине h = 300 м (*б*).

Fig. 5. Post maps of magnetization of equivalent sources obtained as the result of the solution of the system of linear equations by the method of the quickest gradient descent for depths of sources h = 100 m (a) and h = 300 m (δ).

ПРИМЕРЫ «ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ»

Теперь кратко рассмотрим выбор глубины размещения эквивалентных источников. В.И. Аронов на теоретических примерах показал, что

увеличение глубин *h* аппроксимирующих масс повышает точность последующих пересчетов поля (Аронов, 1990).

Однако при этом повышается *v* — число обусловленности СЛАУ, что затрудняет процесс ее решения.

В одной из реализаций метода фильтрационной томографии в качестве приближенного аномального эффекта, обусловленного горизонтальным слоем горных пород с кровлей на глубине h_1 и подошвой на глубине h_2 , используется разность полей в верхнем полупространстве на высотах $-h_1$ и $-h_2$ (ось ОZ направлена вниз) (Martyshko, Prutkin, 2003). При интерпретации данных гидромагнитной съемки, выполненной при изучении подводного вулканизма Тихого океана, используется вычисление вертикальной производной для модуля полного вектора аномального магнитного поля $\partial(\Delta T_a)/\partial z$ или аналогичного параметра $\partial(\Delta T_a)/\partial z$ для его вертикальной составляющей (Блох и др., 2012). Эти преобразования с точки зрения спектрального анализа реализуют полосовую фильтрацию сигнала с частотной характеристикой $H(\omega) = \omega^2 e^{-\omega h}$.

Для набора модельных тел (табл. 1, рис. 1) выполним расчет производной $\partial (\Delta T_a)/\partial z$ на высоте 3000 м путем решения прямой задачи магниторазведки, а также проведем восстановление этой трансформанты поля при глубинах эквивалентных источников 100, 200 и 300 м. В первом случае будут получены точные значения $\partial (\Delta T_a)/\partial z$. Во втором случае для вычисленных трансформант различия с точными значениями в евклидовой метрике будут составлять



Рис. 6. Карты изолиний 1-й вертикальной производной аномального магнитного поля $\partial (\Delta T_a)/\partial z$ на высоте 3000 м, полученные по результатам аппроксимации эквивалентными источниками с глубинами: 100 м (*a*), 200 м (*б*), 300 м (*в*) и в результате решения прямой задачи магниторазведки (*г*).

Fig. 6. Contour maps of the 1st vertical derivative of anomalous magnetic field $\partial (\Delta T_a)/\partial z$ on the horizontal plane on the height of 3000 m obtained on the basis of the equivalent source approximation with different depths of sources: 100 m (*a*), 200 m (δ), 300 m (*b*), and as the result of the solution of the direct problem from parallelepipeds (*c*).

0.49 нТл/км, 0.41 нТл/км и 0.35 нТл/км соответственно. Однако можно убедиться в том, что заметных различий в морфологии поля во всех случаях не наблюдается (рис. 6).

Множество точных значений $\partial(\Delta T_{a})/\partial z$ имеет диапазон [-6.4, 8.5] нТл/км, т. е. погрешность вычисления трансформант не превышает ~3% от его размаха, а сами трансформанты приемлемы для последующей визуальной интерпретации. Известно, что высокая точность ε_0 аналитической аппроксимации потенциального поля не гарантирует высокой точности его трансформации, что объясняется ограниченными размерами и дискретным характером его носителя (Пугин, 2018). «Томографическое преобразование» магнитного поля, инструментом которого является истокообразная аппроксимация, выполняется с целью генерализации геоизображений и использование минимальной глубины расположения эквивалентных источников $h = \Delta$, где Δ — шаг сети задания поля, представляется вполне целесообразным. В случае появления отчетливо выраженных искажений в периферийных частях результативной воксельной модели параметров L можно перейти к построению двух-или многоуровневых аппроксимационных конструкций (Балк и др., 2016; Долгаль и др., 2020).

В 2020 г. авторами разработана программа Grad_Mag, реализующая «томографическое преобразование» аномального магнитного поля ΔT

с применением истокообразной аппроксимации (рис. 7). После определения магнитных моментов эквивалентных источников осуществляется восстановление эффективного параметра $L = \partial (\Delta T_a)/\partial z$ в верхнем полупространстве на заданных пользователем высотах. Результирующий цифровой массив вокселей представляет собой эффективную геомагнитную модель изучаемого объема среды. По вертикальной оси OZ откладываются высоты пересчета, т. е. значения глубин носят условный характер.

Рассмотрим пример применения программы Grad_Mag для интерпретации данных гидромагнитной съемки над подводным вулканом 3.18, расположенным в пределах Курильской островной дуги (Блох и др., 2020; Подводный..., 1992). Построение куба значений первой вертикальной производной аномального магнитного поля позволило установить наличие внутри вулканической постройки двух крупных субвертикальных зон, прослеживающихся на значительную глубину (более 2 км) и двух меньших намагниченных объектов, наклонно причленяющихся к ним до глубины ~500 м. Максимально высокими магнитными свойствами обладает привершинная часть основных и боковых зон. С глубиной намагниченность снижается. Таким образом, выявленные линейные зоны повышенных значений $\partial (\Delta T_{o})/\partial z$ предположительно являются центральными и боковыми подводящими каналами подводного вулкана 3.18 (рис. 8).

💅 Интерпретационная томография: расчет набора производных dT/dZ 🛛 💷 📧					
Итерация: № 14 F2 = 0.71 нТл					
Невязка EPS, нТл	Число итераций КІТ	Глубина источников h, шаг сети			
Метод решения СЛАУ • наискорейший спуск • Зейдель	Радиус г*, шаг сети	Радиус г*, шаг сети			
Префикс имен выходных файлов Маг_поле Поверхность измерений • плоскость Z = CONST • поверхность Z = F (X, Y)					

Рис. 7. Главное окно программы Grad_Mag.

Fig. 7. The main window of the Grad_Mag program.

ДОЛГАЛЬ и др.



Рис. 8. Результаты использования программы Grad_Mag для интерпретации гидромагнитной съемки над подводным вулканом 3.18: *a* — карта изолиний аномального магнитного поля; δ — куб значений параметра $L = \partial(\Delta T_a)/\partial z$; e — вертикальные срезы куба по линиям АБ и ВГ.

Fig. 8. Results of application of Grad_Magfor interpretation of the marine magnetic survey above the submarine volcano 3.18: a — contour map of the anomalous magnetic field; δ — cube of values $L = \partial(\Delta T_a)/\partial z$; e — vertical slices of the cube along the lines AB and BF.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты исследований, представленных в данной статье, сводятся к следующему:

1. «Томографическое преобразование» аномального магнитного поля можно рассматривать как процесс последовательной генерализации геоизображений, а его результат — как эффективную модель изучаемого объема геологической среды (по классификации А.И. Кобрунова). Для получения набора «разноглубинных» трансформант целесообразно использовать аппроксимацию эквивалентными источниками, преимуществами которой являются учет формы поверхности измерений поля и подавление негармонической составляющей сигнала.

2. Для решения СЛАУ, возникающих в процессе аппроксимации, может использоваться метод наискорейшего градиентного спуска, арифметическая сложность которого допускает работу с большим объемом данных (10⁵ и более значений поля). Числа обусловленности матрицы **A** коэффициентов СЛАУ резко возрастают с ростом глубины расположения эквивалентных источников, поэтому целесообразно выбирать ее значения близкими шагу сети цифровой модели поля. При этом повышается устойчивость решения задачи, предположительно из-за ее естественной регуляризации (саморегуляризации). Существенно повысить скорость вычислений позволяет учет разреженной структуры матрицы коэффициентов **A** (обнуление малых значений a_{ij}).

3. Воксельные модели, характеризующие трехмерное пространственное распределение какого-либо эффективного параметра *L*, связанного с петромагнитными свойствами, являются такими же образно-знаковыми моделями действительности (Литвинова, 2015), как и традиционные «плоские» (пиксельные) трансформанты аномального магнитного поля. По мнению авторов можно ставить вопрос о включении «томографических преобразований» в число инструментов магнитной картографии на уровне инструктивных требований.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-05-00654 А.

Список литературы [References]

- Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1996. Т. 166. № 11. С. 1145–1170. https://doi. org/10.3367/UFNr.0166.199611a.1145 [Astaf'eva N.M. Wavelet analysis: basic theory and some applications // Physics-Uspekhi. 1996. V. 39. № 11. Р. 1085–1108. https://doi.org/10.1070/PU1996v039n11ABEH000177].
- Аронов В.И. Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризация залежей нефти и газа на ЭВМ. М.: Недра, 1990. 301 с. [Aronov V.I. Metody postroeniya kart geologo-geofizicheskih priznakov i geometrizaciya zalezhej nefti i gaza na EVM. Moskva: Nedra. 1990. 301 p (in Russian)].
- Бабаянц П.С., Блох Ю.И., Трусов А.А. Интерпретационная томография по данным гравиразведки и магниторазведки в пакете программ «СИГМА-3D» // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Материалы 31 сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского. Москва. 2004. С. 88–89. [Babayants P.S., Blokh Yu.I., Trusov A.A. Interpretacionnaya tomografiya po dannym gravirazvedki i magnitorazvedki v pakete programm «SIGMA-ZD» // Voprosy teorii i praktiki geologicheskoj interpretacii gravitacionnyh, magnitnyh i elektricheskih polej. Materialy 31 sessii Mezhdunarodnogo seminara im. D.G. Uspenskogo. Moskva. 2004. P. 88–89 (in Russian)].
- Балк П.И., Долгаль А.С., Пугин А.В. и др. Эффективные алгоритмы истокообразной аппроксимации геопотенциальных полей // Физика Земли. 2016. № 6. С. 112–128. https://doi.org/10.7868/ S0002333716050021 [Balk P.I., Dolgal A.S., Pugin A.V. et al. Effective algorithms for sourcewise approximation of geopotential fields. Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2016. V. 52. P. 896–911. https://doi.org/10.1134/ S1069351316050025].
- Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 2000. 622 с. [Bahvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobelkov G.M. Chislennye metody. Moskva: Nauka, 2000. 622 p (in Russian)].
- Березкин В.М. Метод полного градиента при геофизической разведке. М.: Недра, 1988. 188 с. [Berezkin V.M. Metod polnogo gradienta pri geofizicheskoj razvedke. Moskva: Nedra, 1988. 188 p (in Russian)].
- Блох Ю.И., Бондаренко В.И., Долгаль А.С. и др. Современные интерпретационные технологии при комплексном моделировании подводного вулкана Макарова (Курильская островная дуга) // Геоинфоматика. 2012. № 4. С. 8–17 [Block Yu.I., Bondarenko V.I., Dolgal A.S. et al. Modern techniques for interdisciplinary investigation of submarine Makarov volcano (the Kurile island arc) // Geoinformatika. 2012. № 4. Р. 8–17 (in Russian)].
- Блох Ю.И., Бондаренко В.И., Долгаль А.С. и др. Комплексные исследования подводного вулкана 3.18 (Центральные Курилы) // Материалы 47-й сессии Международного научного семинара им. Д.Г. Успенского – В.Н. Страхова «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей». Воронеж. 2020. С. 37–41 [Block Yu.I., Bondarenko V.I., Dolgal A.S. et al. Kompleksnye

issledovaniya podvodnogo vulkana 3.18 (Central'nye Kurily) // Materialy 47-j sessii Mezhdunarodnogo nauchnogo seminara im. D.G. Uspenskogo – V.N. Strahova «Voprosy teorii i praktiki geologicheskoj interpretacii gravitacionnyh, magnitnyh i elektricheskih polej». Voronezh. 2020. P. 37–41 (in Russian)].

- Бурдэ А.И. Картографический метод исследования при региональных геологических работах. Л.: Недра, 1990. 250 с. [Burde A.I. Kartograficheskij metod issledovaniya pri regional'nyh geologicheskih rabotah. Leningrad: Nedra, 1990. 250 р (in Russian)].
- Ващилов Ю.Я. Гравиметрическая томография новое направление изучения твердой оболочки Земли // ДАН. 1995. Т. 343. № 4. С. 532–536 [Vashchilov Yu.Ya. Gravimetricheskaya tomografiya – novoe napravlenie izucheniya tverdoj obolochki Zemli // Doklady of the Russian Academy of Sciences. Earth Science Sections. 1995. Т. 343. № 4. Р. 532–536 (in Russian)].
- Вдовина Е.П. Томографический алгоритм решения прямой и обратной задач гравиметрии с учетом плотностной неоднородности среды // Геоинформатика. 2010. № 2. С. 46–53. [Vdovina E.P. Tomograficheskij algoritm resheniya pryamoj i obratnoj zadach gravimetrii s uchetom plotnostnoj neodnorodnosti sredy // Geoinformatika. 2010. № 2. P. 46–53 (in Russian)].
- Волков В.А. Ряды Фурье. Интегральные преобразования Фурье и Радона: учебно-методическое пособие. Екатеринбург: Изд-во Уральского ун-та, 2014. 32 с. [Volkov V.A. Ryady Fur'e. Integral'nye preobrazovaniya Fur'e i Radona: uchebno-metodicheskoe posobie. Ekaterinburg: Izd-vo Ural'skogo un-ta, 2014. 32 р. (in Russian)].
- Вычислительная математика и техника в разведочной геофизике: справочник геофизика / Под ред. В.М. Дмитриева. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Недра, 1990. 498 с. [Vychislitel'naya matematika i tekhnika v razvedochnoj geofizike: spravochnik geofizika / Pod red. V.M. Dmitrieva. 2-e izd., pererab. i dop. Moskva: Nedra, 1990. 498 p. (in Russian)].
- Гласко Ю.В. Алгоритмы 2D- и 3D-интропродолжения // Вычислительные методы и программирование. 2016. Т. 17. № 3. С. 291–298. https://doi. org/10.26089/NumMet.v17r327 [Glasko Yu.V. 2D and 3D algorithms of introcontinuation // Numerical methods and programming. 2016. V. 17. № 3. Р. 291– 298 (in Russian)].
- Долгаль А.С. Компьютерные технологии обработки и интерпретации данных гравиметрической и магнитной съемок в горной местности. Абакан: Фирма «Март», 2002. 188 с. [Dolgal A.S. Komp'yuternye tekhnologii obrabotki i interpretacii dannyh gravimetricheskoj i magnitnoj s»emok v gornoj mestnosti. Abakan: Firma «Mart», 2002. 188 p (in Russian)].
- Долгаль А.С. Оценка влияния формы поверхности измерений в методе истокообразной аппроксимации геопотенциальных полей // Горное эхо. 2020. № 2 (79). С. 49–57. https://doi.org/10.7242/ echo.2020.2.10 [Dolgal A.S. Ocenka vliyaniya formy poverhnosti izmerenij v metode istokoobraznoj approksimacii geopotencial'nyh polej // Gornoe ekho. 2020. № 2(79). Р. 49–57 (in Russian)].
- Долгаль А.С., Бычков С.Г., Костицын В.И. и др. О теории и практике томографической интерпретации геопотенциальных полей // Геофизика. 2012.

ВЕСТНИК КРАУНЦ. НАУКИ О ЗЕМЛЕ. 2021. № 1. ВЫПУСК 49

№ 5. C. 8–17 [*Dolgal A.S., Bychkov S.G., Kosticyn V.I. et al.* O teorii i praktike tomograficheskoj interpretacii geopotencial'nyh polej // Russian Geophysics. 2012. № 5. P. 8–17 (in Russian)].

- Долгаль А.С., Костицын В.И., Новикова П.Н., Ворошилов В.А. Совершенствование методики аналитической аппроксимации данных магниторазведки // Геофизика. 2020. № 5. С. 29–36 [Dolgal A.S., Kostitsyn V.I., Novikova P.N., Voroshilov V.A. Improvement of analytical approximation for magnetic survey data // Russian Geophysics. 2020. № 5. Р. 29–36 (in Russian)].
- Долгаль А.С., Шархимуллин А.Ф. «Гравитационная томография» практика, опережающая теорию? // Геоінформатика. 2009. № 3. С. 59–67. [Dolgal A.S., Sharkhimullin A.F. «Gravitacionnaya tomografiya» – praktika, operezhayushchaya teoriyu? // Geoinformatika. 2009. № 3. Р. 59–67 (in Russian)].
- Долгаль А.С., Шархимуллин А.Ф. О гравитационной томографии и путях ее дальнейшего развития // Вестник Пермского университета. Сер. Геология. 2009. Вып. 11(37). С. 114–121 [Dolgal A.S., Sharkhimullin A.F. Gravitational tomography and the ways of the its further development // Bulletin of Perm University. Geology. 2009. № 11(37). Р. 114–121 (in Russian)].
- Керимов И.А. Методы гравитационной томографии на основе F-аппроксимации // Геология и геофизика юга России. 2020. Т. 10. № 1. С. 55–67. https://doi.org/10.23671/VNC.2020.1.59065 [Kerimov I.A. Methods of gravitational tomography based on F-approximation // Geology and Geophysics of Russian South. 2020. № 10 (1). P. 55–67 (in Russian)].
- Кобрунов А.И. Математические основы теории интерпретации геофизических данных. М.: ЦентрЛитНефтеГаз, 2008. 287 с. [Kobrunov A.I. Matematicheskie osnovy teorii interpretacii geofizicheskih dannyh. Moskva: CentrLitNefteGaz, 2008. 287 p (in Russian)].
- Ладовский И.В., Гемайдинов Д.В. Ометоде регуляризации для расчета параметров сглаживающего фильтра при аналитическом продолжении потенциальных полей // Уральский геофизический вестник. 2018. № 3(33). С. 30–37. https://doi.org/10.25698/ UGV.2018.3.5.30 [Ladovskyi I.V., Gemaidinov D.V. About the method of regularization for calculating the parameters of a smoothing filter for upward and downward potential field continuation // Ural'skij geofizicheskij vestnik. 2018. № 3(33). Р. 30–37 (in Russian)].
- Литвинова Т.П. Теоретические и методологические аспекты прикладной магнитной картографии // Региональная геология и металлогения. 2015. № 61. С. 50-58. https://www.vsegei.ru/ru/public/ reggeology_met/content/2015/61/61_05.pdf [*Litvinova T.P.* Theoretical and methodological aspects applied magnetic kartography // Regional geology and metallogeny. 2015. № 61. Р. 50-58 (in Russian)].
- *Матусевич А.В.* Гравиразведка Прикаспийской впадины. Ливны: Издатель Мухаметов Г.В., 2013. 176 с. [*Matusevich A.V.* Gravirazvedka Prikaspijskoj vpadiny. Livny: Izdatel' Muhametov G.V., 2013. 176 p (in Russian)].
- Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии. М.: Мир, 1990. 288 с. [Natterer F. Mathematics of Computerized Tomography. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 1986. 234 p. https://doi.org/10.1007/978-3-663-01409-6].

- Петрищевский А.М. Глубинные структуры земной коры и верхней мантии Северо- Востока России по гравиметрическим данным // Литосфера. 2007. № 1. С. 46–64. https://www.lithosphere. ru/jour/article/view/542/541 [Petrishchevsky A.M. Upper mantle structures of the northeastern Russia // Lithosphere (Russia). 2007. № 1. Р. 46–64 (in Russian)].
- Подводный вулканизм и зональность Курильской островной дуги / Отв. ред. Ю.М. Пущаровский М.: Наука, 1992. 528 с. [Podvodnyj vulkanizm i zonal'nost' Kuril'skoj ostrovnoj dugi / Otv. red. Yu.M. Pushcharovskij. Moskva: Nauka, 1992. 528 p (in Russian)].
- Пугин А.В. Истокообразные аппроксимации геопотенциальных полей. От теории к практике // Геофизические исследования. 2018. Т. 19. № 4. С. 16–30. https://doi.org/10.21455/gr2018.4-2 [*Pugin A.V.* Sourcewise approximation of geopotential fields. From theory to practice // Geophysical research. 2018. V. 19. № 4. Р. 16–30 (in Russian)].
- Старостенко В.И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. Киев: Наукова думка, 1978. 227 с. [Starostenko V.I. Ustojchivye chislennye metody v zadachah gravimetrii. Kiev: Naukova dumka, 1978. 227 p (in Russian)].
- Страхов В.Н., Страхов А.В. О решении систем линейных алгебраических уравнений с приближенно заданной правой частью, возникающих при решении задач гравиметрии и магнитометрии. М.: ОИФЗ РАН, 1999. 68 с. [Strahov V.N., Strahov A.B. O reshenii sistem linejnyh algebraicheskih uravnenij s priblizhenno zadannoj pravoj chast'yu, voznikayushchih pri reshenii zadach gravimetrii i magnitometrii. Moskva: OIFZ RAN, 1999. 68 p (in Russian)].
- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Тимонов А.А. Математические задачи компьютерной томографии. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 160 с. [*Tikhonov A.N., Arsenin V.YA., Timonov A.A.* Matematicheskie zadachi komp'yuternoj tomografii. M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit. 1987. 160 p (in Russian)].
- Abdelfattah Ya., Schil E., Kuhn P. Characterization of geothermally relevant structures at the top of crystallin basement in Switzerland by filters and gravity forward modeling // Geophysical Journal International. 2014.
 V. 199. Iss. 1. P. 226–241. https://doi.org/10.1093/gji/ ggu255.
- Abdelfattah Ya., Hinderer J., Calvo M. et al. Using highly accurate land gravity and 3D geologic modeling to discriminate potential geothermal areas: Application to the Upper Rhine Graben, France // Geophysics. 2020. V. 85. Iss. 2. G35-G56. https://doi.org/10.1190/ geo2019-0042.1.
- Baillieux P., Schill E., Abdelfattah Ya., Dezayes Ch. Possible natural fluid pathways from gravity pseudo-tomography in geothermal fields of Northern Alsace (Upper Rhine Graben) // Geothermal Energy. 2014. V. 2. Art. № 16. https://doi.org/10.1186/s40517-014-0016-y.
- *Chianese D., Lapenna V.* Magnetic probability tomography for environmental purposes: test measurements and field applications // Journal of Geophysics and Engineering. 2006. V. 4. Iss. 1. P. 63–74. https://doi. org/10.1088/1742-2132/4/1/008.
- Dampney C.N.G. The equivalent source technique // Geophysics. V. 34. №1. P. 39-53. https://doi. org/10.1190/1.1439996.

ВЕСТНИК КРАУНЦ. НАУКИ О ЗЕМЛЕ. 2021. № 1. ВЫПУСК 49

- *Guo L., Meng X., Shi L.* 3D correlation imaging of the vertical gradient of gravity data // Journal of Geophysics and Engineering. 2011. V. 8. Iss. 1. P. 6–12. https://doi. org/10.1088/1742-2132/8/1/002.
- Guo L., Shi L., Meng X. 3D correlation imaging of magnetic total field anomaly and its vertical gradient // Journal of Geophysics and Engineering. 2011. V. 8. Iss. 2. P. 287–293. https://doi.org/10.1088/1742-2132/8/2/013.
- Guglielmetti L., Moscariello A. Application of the gravity method to constrain geological structures of geothermal interests in the Geneva Basin // Proceedings of European Geothermal Congress. 2019. Art. № 191.
- Hamzeh A., Mehramuz M. The depth estimation of subsurface anomalies using probability tomography imaging method from airborne vertical gravity gradient // Journal of African Earth Sciences. 2019. V. 149. P. 207– 214. https://doi.org/10.1016/j.jafrearsci.2018.08.009.
- *Iuliano T., Mauriello P., Patella D.* A probability tomography approach to the analysis of potential field data in the Campi Flegrei caldera (Italy) // Annali De Geofisica. 2001. V. 44. № 2. P. 403–420. https://doi.org/10.4401/ag-3586.
- Khariullina (Matveeva) N., Utemov E., Nurgaliev D. «Native» Wavelet Transform for Solving Gravimetry Inverse Problem on the Sphere // Practical and Theoretical Aspects of Geological Interpretation of Gravitational, Magnetic and Electric Fields. Proceed. of the 45th Uspensky International Geophysical Seminar. 2019. Chapter 19. P. 163–169. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97670-9_19.

- *Liu G., Yan H., Meng X., Chen Zh.* An extension of gravity probability tomography imaging // Journal of Applied Geophysics. 2014. V. 102. P. 62–67. https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2013.12.012.
- Martyshko P.S., Prutkin I.L. Techniques for separating gravity field sources in depth // Conference Proceedings, Geophysics of the 21st Century - The Leap into the Future. Moscow. 2003. cp-38-00164. https://doi. org/10.3997/2214-4609-pdb.38.F193.
- *Mauriello P., Patella D.* Gravity probability tomography: a new tool for buried mass distribution imaging // Geophysical Prospecting. 2001. V. 49. P. 1–12. https:// doi.org/10.1046/j.1365-2478.2001.00234.x.
- *Mauriello P., Patella D.* Integration of geophysical datasets by a conjoint probability tomography approach: application to Italian active volcanic areas // Annals of Geophysics. 2008. V. 51. № 1. P. 167–180. https:// doi.org/10.4401/ag-3042.
- Moreau F., Gibert D., Holschnider M., Saracco G. Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Basic theory // JGR. 1999. V. 104 (B3). P. 5003–5013. https://doi.org/1998JB900106.
- Sailhac P., Galdeano A., Gibert D. et al. Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Complex wavelets and application to aeromagnetic profiles in French Guiana // JGR. 2000. V. 105 (B8), P. 19,455–19,475. https://doi. org/10.1029/1998JB900106.

«TOMOGRAPHIC TRANSFORMATION» OF ANOMALOUS MAGNETIC FIELD USING GRID DISTRIBUTION OF EQUIVALENT SOURCES

A.S. Dolgal¹, P. N. Novikova¹, E.N. Osipova², A.V. Pugin¹, V.A. Rashidov³

¹Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Perm, Russia, 614007 ²National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia, 634050 ³Institute of Volcanology and Seismology FEB RAS, Petropavlovsk-Kamchatsky, Russia, 683006

The article is devoted to the «tomographic» approach to the interpretation of geopotential fields. A brief excursus into the history of the development of interpretational (pseudo-) tomography is given. General issues concerning the creation of «effective» tomographic models are considered. Transformations based on the equivalent source technique are proposed as a key part of the tomography. This type of transformations permits the usage of elevation data of magnetic survey as input. When constructing an analytical approximation, usually a system of linear algebraic equations (SLAE) with an approximated right part is solved. Using a model example, some issues concerning the conditionality of SLAE for different depths of equivalent sources are studied. Two iterative methods for the solving of systems, the Seidel method and the quickest gradient descent, are compared. It is shown that the latter method makes it possible to achieve the required accuracy of the field approximation with a smaller number of iterations. The advantage in the calculation speed, when the matrix of coefficients of the transform operator (source function) is sparce, is emphasized. An example of using this approach to interpret magnetic field anomalies above the submarine volcano 3.18 within the Kuril Iceland arc is presented.

Keywords: interpretation tomography, effective model, equivalent source approximation, magnetic field.

Поступила в редакцию 11.12.2020 г. После доработки 20.02.2021 г. Принято в печать 28.03.2021 г.