РЕАЛИЗАЦИЯ КОНЦЕПЦИИ МИНИМИЗАЦИИ ЭМПИРИЧЕСКОГО РИСКА В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ВЭЗ

© 2020 А.С. Долгаль¹, А.А. Тайницкий¹, Л.А. Христенко¹

¹Горный институт Уральского отделения РАН, Пермь, Россия, 614007;
e-mail: dolgal@mi-perm.ru

Предлагается новый математический подход к инверсии данных вертикального электрического зондирования (ВЭЗ), позволяющий подавлять знакопеременные помехи с произвольным законом распределения, а также проводить приближенную оценку качества результатов количественной интерпретации. Необходимым условием для его применения является близкое число положительных и отрицательных помех в исходных данных, амплитуда помех может превышать величину полезного сигнала. Метод базируется на концепции минимизации эмпирического риска (МЭР), которая реализуется при выборе оптимального варианта интерпретации из предварительно построенного множества допустимых решений обратной задачи ВЭЗ. Экспериментально обоснована целесообразность применения при вычислениях процедуры случайного поиска. Приводятся модельные и практические примеры использования метода МЭР при интерпретации отдельных ВЭЗ и одновременного подбора параметров геоэлектрического разреза для нескольких кривых ВЭЗ, полученных на одном профиле наблюдений (квазиодномерная инверсия).

Ключевые слова: вертикальное электрическое зондирование, помеха, интерпретация, минимизация эмпирического риска.

ВВЕДЕНИЕ

Метод вертикального электрического зондирования (ВЭЗ) позволяет решать широкий круг задач (Груздев и др., 2017; Дещеревский и др., 2017; Долгаль и др., 2008; Нерадовский, 2019), связанных как с поисками и разведкой полезных ископаемых, так и с инженерно-геологическими, экологическими и другими видами изысканий (Матвеев, 1990). Мониторинг вариаций кажущегося электрического сопротивления с помощью малоуглубинной установки Шлюмберже может отображать процесс подготовки сейсмического события (Федорченко, 2003).

Суть метода достаточно проста: увеличение длины питающей линии AB , через которую подается электрический ток в землю, ведет к увеличению глубины его проникновения, а соответственно и глубины исследования геологического разреза. Разность потенциалов ΔU , измеренная в приемной линии MN , отнесенная к силе тока J в линии AB с учетом геометрического параметра (коэффициента установки K) несет информацию об электрическом сопротивлении горных пород: $\rho_k = K \times \Delta U / J$.

Методика полевых работ методом ВЭЗ осталась практически неизменной на протяжении многих лет, но развитие теории и вычислительной техники позволило методам интерпретации электрических зондирований выйти на качественно новый уровень. В настоящее время успешно реализованы численные методы решения прямых и обратных задач электрических зондирований для весьма сложных моделей геоэлектрических сред (Кауфман, Андерсон, 2013). Прямые задачи (расчет электрического поля по заданным параметрам геологической среды), несмотря на сложность их математической реализации, не имеют принципиальных ограничений и обеспечивают получение однозначного конечного результата. Несоизмеримо более сложными являются обратные задачи ВЭЗ, связанные с определением геометрических параметров и электрического сопротивления изучаемого объема геологической среды по данным полевых наблюдений. Основной причиной этого является эквивалентность геоэлектрических моделей, приводящая к высокой неоднозначности получаемых результатов.

Несмотря на достигнутые успехи в создании компьютерных технологий, на этапе количественной интерпретации ВЭЗ отсутствуют достаточно строгие количественные оценки информативности исходных данных, обеспечивающей требуемую детальность расчленения разреза при заданном уровне помех. Актуальным остается вопрос создания новых эффективных алгоритмов доопределения обратной задачи ВЭЗ с учетом ее некорректности и неоднозначности модельного представления объекта исследования (Колесников, 2007).

КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДА МИНИМИЗАЦИИ ЭМПИРИЧЕСКОГО РИСКА

Поиск эффективных подходов к компьютерной интерпретации электрических зондирований проходил в нескольких направлениях: исследовались различные варианты реализации метода автоматизированного подбора, изучались возможности использования функциональных и эвристических зависимостей для прямой инверсии наблюдаемых данных в параметры модели среды, анализировались варианты комбинаций различных подходов к решению обратной задачи (Колесников, 2007).

Одним из наиболее важных элементов технологий интерпретации данных ВЭЗ является 1D инверсия данных — процедура «точечного» определения геоэлектрических параметров (удельные электрические сопротивления ρ (УЭС) и мощности h некоторого числа слоев m) горизонтально-слоистой среды по отдельной кривой ВЭЗ. Затем выполняется согласование результатов интерпретации по профилю (серии кривых ВЭЗ), удовлетворяющее априорной геологической информации о разрезе.

1D инверсия ВЭЗ заключается в последовательном уточнении начального приближения к вектору $\mathbf{w} = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m, h_1, h_2, \dots, h_{m-1}\}$ параметров геоэлектрического разреза для построения интерпретационной модели, отвечающей минимуму целевой функции f . В качестве функции f обычно используют среднеквадратическое расхождение экспериментальных $\rho_k^{\check{}}$ и теоретических ρ_k° значений кажущихся электрических сопротивлений для всех M разносов питающей линии АВ:

$$f = \sum_{i=1}^M \left[\left(\rho_k^{\check{}}(i) - \rho_{ki}^{\circ}(i) \right) / \rho_{ki}^{\circ}(i) \right]^2 \quad (1)$$

(Электроразведка, 1989). При этом подразумевается, что помехи η в измерениях подчинены нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием, что является совершенно неоправданным с физической

точки зрения для реальных условий проведения электроразведочных работ.

В большинстве случаев на практике на кривых ВЭЗ отмечаются различные искажения, обусловленные: аппаратными помехами; методическими погрешностями; наводками от линий электропередач и электрофицированных железных дорог и т.д.; влиянием рельефа земной поверхности; отклонениями изучаемого геоэлектрического разреза от горизонтально-слоистого, в т.ч. влиянием локальных неоднородностей (Хмелевской, 1984). В общем случае статистическое распределение помех η , осложняющих реальные данные ВЭЗ, может существенно отличаться от закона Гаусса. Авторы предлагают ограничиться весьма слабым предположением вероятностного характера — отсутствием объективных причин для преобладания в измерениях $\rho_k^{\check{}}$ помех одного знака. При этом возможно появление любых, достаточно высоких по отношению к полезному сигналу, абсолютных значений η .

Далее будет представлен метод решения обратной задачи ВЭЗ, основанный на комбинировании функционально-аналитического и вероятностно-статистического подходов. Суть метода заключается в построении функции плотности вероятностей на структурированном множестве D допустимых вариантов решения обратной задачи и критериальном выборе наилучшего из них. Функция плотности вероятности $P(\mathbf{w})$ позволяет ранжировать все допустимые решения и выбирать из них единственное, обеспечивающее минимум математического ожидания его погрешности. Речь идет о методе минимизации эмпирического риска (МЭР), подробное описание которого приведено в работах (Балк и др., 2011а, 2011б, 2015). В этих же работах изложены результаты успешного применения МЭР для количественной интерпретации данных гравиразведки и магниторазведки, а также для уточнения УЭС слоев на модельной кривой параметрического ВЭЗ.

Суть метода заключается в следующем. Допустим, что имеется некоторый объем детерминистской априорной информации о геоэлектрическом разрезе I и множество вариантов количественной интерпретации D , не противоречащих этой информации. Способ построения каждого отдельного решения обратной задачи, включенного в D , может быть произвольным (на усмотрение интерпретатора). Множество D рассматривается как область определения случайного вектора $\mathbf{w}$, описывающего возможные значения неизвестных параметров геоэлектрического разреза. Построение функции $P(\mathbf{w})$ плотности вероятностей вектора $\mathbf{w}$ на множестве D позволяет понизить уровень неопределенности

за счет ранжирования допустимых решений. Минимум эмпирического риска обеспечивается вектором $\mathbf{w}^*$ с компонентами:

$$\mathbf{w}^* = \sum_{r=1}^l p_r \bar{w}_{r,j}, j = 1, 2, \dots, m \quad (2),$$

$$\text{где } \bar{w}_{r,j} = \frac{1}{\mu(\Omega_r)} \int_{\Omega_r} w_j dw_1 dw_2 \dots dw_m \quad (3),$$

p_r — оценки вероятностей событий $\bar{w}_{r,j} \in \Omega_r$, Ω_r — подмножества допустимых решений для r пар точек, в которых разности наблюдаемого и модельного полей противоположны по знаку, μ — классическая мера Лебега. Можно утверждать, что множества Ω_r с индексами r , близкими к целому $[M/2]$, не могут быть образованы без участия наиболее точных измерений. Но именно эти множества получают в (2) наибольшие «веса» p_r , а решения, отвечающие маловероятным вариантам помех η , учитываются с гораздо меньшими весами, а также просто могут быть исключены из рассмотрения (Балк и др., 2011б).

Таким образом, обеспечивается минимизация невязки теоретических и точных (для выбранной модели знакопеременных помех) значений ρ_θ . Традиционный подход более грубо решает поставленную задачу путем минимизации теоретических и экспериментальных (зашумленных) величин ρ_θ в евклидовой метрике, что недостаточно эффективно при асимметричных распределениях помех η . В методе МЭР функция распределения плотности вероятности $P(\mathbf{w})$ строится на допущении о равенстве нулю медианного значения помехи $Me(\eta) = 0$, которое указывает лишь на одинаковое число положительных и отрицательных помех в исходных данных. На этом же принципе основано разбиение $D = \bigcup \Omega_r$ на систему взаимно не пересекающихся подмножеств Ω_r .

Отличительной особенностью метода МЭР является способность к подавлению интенсивных знакопеременных помех, закон распределения которых существенно отличается от нормального, а также возможность приближенной апостериорной оценки точности определения параметров геоэлектрического разреза на основе анализа структуры множества D (Балк и др., 2011а, б).

СЛУЧАЙНЫЙ ПОИСК ДОПУСТИМЫХ РЕШЕНИЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

В 2016 г метод МЭР был опробован для практической интерпретации параметрической кривой ВЭЗ по Игарскому району. Решение обратной задачи было сведено к определению значений удельных электрических сопротивлений слоев при фиксированных значениях их мощности (Балк и др., 2016). В дальнейшем (Тайницкий, 2017, 2018) был программно реализован алгоритм

подбора полного вектора параметров геоэлектрического разреза $\mathbf{w} = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m, h_1, h_2, \dots, h_m\}$.

При решении линейных обратных задач гравиразведки и магниторазведки, когда число оцениваемых параметров не превышает 4–6, метод МЭР может быть успешно реализован перебором вариантов в заданном диапазоне значений физических свойств с равномерным шагом. При количественной интерпретации данных ВЭЗ даже для простого четырехслойного разреза количество параметров равно семи $\{\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, h_1, h_2, h_3\}$, что требует существенно больших вычислительных затрат, не говоря уже о более сложных 5–6-тислойных геоэлектрических моделях. Для сокращения вычислительных затрат циклический перебор допустимых значений с равномерным шагом был заменен на использование случайной последовательности векторов параметров $\mathbf{w}$, генерируемой процедурами типа Монте-Карло.

Расчеты показали (табл. 1), что с увеличением шага сети при равномерном поиске и увеличении количества вариантов («испытаний») при случайном поиске затраты времени начинают отличаться на порядок и более при близком качестве полученных решений:

$$F_{i \text{ вб}} = \frac{1}{m} \left[\sum_{i=1}^m (\rho_i - \rho_i^*)^2 \right]^{0.5},$$

где ρ_i^* — истинное УЭС для i -го слоя.

При использовании случайного поиска точность определяемых параметров увеличивается с ростом числа случайных векторов параметров разреза. Опытным путем установлено, что для получения достоверных статистических характеристик решения обратной задачи необходимо сгенерировать не менее 10^4 – 10^5 векторов параметров разреза. При этом значения сопротивлений и мощностей каждого слоя распределены равномерно в пределах интервалов допустимых значений $\{\rho_i^{\min} \leq \rho_i \leq \rho_i^{\max}, h_i^{\min} \leq h_i \leq h_i^{\max}, i = 1, 2, \dots, m\}$.

Для уменьшения количества возможных комбинаций в заданном коридоре значений параметров, можно использовать дополнительный критерий, отсекающий варианты заведомо «далекие» от искомого решения.

В качестве такого критерия может выступать суммарная продольная проводимость (суммарное поперечное сопротивление) разреза или среднеквадратическое отклонение теоретической кривой ВЭЗ от экспериментальной — невязка ε . Практическое применение вышеперечисленных критериев показало, что наиболее эффективным является второй из них, так как его использование обеспечивает близость теоретического и экспериментального полей, в то время как одинаковым суммарным параметрам электропроводности могут отвечать совершенно разные кривые ВЭЗ.

Таблица 1. Характеристики решения обратной задачи ВЭЗ методом МЭР с использованием разных алгоритмов.
Table 1. Characteristics of solving the inverse problem of vertical electric sounding by minimizing the empirical risk using different algorithms.

Равномерный поиск			Случайный поиск		
Число узлов сетки N	Точность $F_{\text{МЭР}}, \text{Ом}^*\text{м}$	Время t , мин	Число векторов M	Точность $F_{\text{МЭР}}, \text{Ом}^*\text{м}$	Время t , сек
10^4	19.88	0.83	10	37.16	<1
10^8	42.40	5.88	10^2	40.34	2
10^{12}	32.39	55.72	10^3	44.94	18
10^{16}	33.29	570	10^4	46.39	198

Примечание. Использовалась параметрическая кривая ВЭЗ типа КН: $\rho_1 = 1500 \text{ Ом}^*\text{м}$, $\rho_2 = 100 \text{ Ом}^*\text{м}$, $\rho_3 = 900 \text{ Ом}^*\text{м}$, $\rho_4 = 50 \text{ Ом}^*\text{м}$; $h_1 = 10 \text{ м}$, $h_2 = 50 \text{ м}$, $h_3 = 160 \text{ м}$.

Note. A parametric curve for vertical electric sounding of the KN type was used: $\rho_1 = 1500 \text{ Oh}^*\text{m}$, $\rho_2 = 100 \text{ Oh}^*\text{m}$, $\rho_3 = 900 \text{ Oh}^*\text{m}$, $\rho_4 = 50 \text{ Oh}^*\text{m}$; $h_1 = 10 \text{ m}$, $h_2 = 50 \text{ m}$, $h_3 = 160 \text{ m}$.

Для серии случайных векторов параметров разреза осуществляется решение прямых задач (Куфуд, 1984). Расчет значений кажущегося электрического сопротивления ρ_{θ} осуществляется по формуле линейной фильтрации:

$$\rho_k(r_j) = \rho_1 \sum_{k=1}^N T(X_{k+j-1}) \cdot G(k), \quad (4)$$

где T — трансформанта кернел-функции, X — абсцисса в области кернел, $G(k)$ — коэффициенты фильтра. Расчет трансформанты производится по формуле Пекериса:

$$T_N = \rho_N, T_i(X_j) = \frac{T_{i+1} + th\left(\frac{h_i}{X_j}\right) \cdot \rho_i}{1 + \frac{T_{i+1} + th\left(\frac{h_i}{X_j}\right)}{\rho_i}}, \quad (5)$$

Для расчетов по формуле (4) использованы коэффициенты фильтра О'Нейла с шагом 6 отсчетов на декаду. Если величина ε не превышает заранее заданного порогового значения, то параметры разреза относятся к множеству D допустимых вариантов решения обратной задачи. Если данное условие не выполняется, то генерируется новый случайный вектор w .

РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ АЛГОРИТМА: 1D ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Программа подбора полного вектора параметров геоэлектрического разреза методом МЭР применялась при интерпретации отдельных кривых ВЭЗ от многослойных моделей разреза при отсутствии и при наличии помех в исходных данных.

Для оценки возможностей метода были смоделированы два типа случайных помех. Первый тип основан на преобразовании Бокса-Мюллера, имеющий нормальный закон распределения

помехи $N(0, 10)$. Для второго типа помехи за основу был взят аналогичный нормальный закон распределения, но были увеличены в 3 раза 15% наибольших по модулю значений помехи, что обеспечило асимметричность закона её распределения.

В качестве примера приведены результаты интерпретации кривой ВЭЗ типа НК, с параметрами, приведёнными в табл.2 (колонки 1 и 2). На рис.1 приведены примеры кривых ВЭЗ осложненных помехами 1-го и 2-го типа.

Границы интервалов $[\rho_{\min}, \rho_{\max}]$ и $[h_{\min}, h_{\max}]$ выбраны с расчетом, что минимальные значения параметров составляют 30% от истинных, а максимальные — 130%, т.е. распределение заведомо асимметрично относительно истинных величин искомых параметров, чтобы не создавалось ложное впечатление о том, что полученные результаты являются среднеарифметическим от граничных значений.

Для каждого типа помех было рассчитано по 100 вариантов решения обратной задачи с разными случайными последовательностями значений η . В каждом варианте решения генерировалось 10^5 случайных комбинаций вектора параметров геоэлектрического разреза. В результате полученный набор решений обратной задачи ВЭЗ был представлен в виде гистограмм значений параметра для каждого слоя. На рис. 2 приведены гистограммы распределения значений сопротивления третьего слоя для каждого типа помех.

Как очевидно, несмотря на некоторый разброс полученных решений обратной задачи, гистограммы имеют унимодальный характер. В табл. 2 (колонки 3–6) приведены обобщенные результаты решений 100 вариантов ОЗ. Видно, что полученные значения достаточно хорошо соответствуют исходным параметрам геоэлектрического разреза, как для данных осложненных помехой с нормальным распределением (тип 1),

Таблица 2. Результаты решения обратной задачи ВЭЗ.**Table 2.** Results of solving the inverse problem of vertical electric sounding.

№ слоя	Параметры модели		Результаты интерпретации			
			помеха 1-го типа		помеха 2-го типа	
	ρ , Ом*м	h, м	ρ , Ом*м	h, м	ρ , Ом*м	h, м
	1	2	3	4	5	6
1	130	6	127	6	125	6
2	30	25	28	20	28	22
3	70	130	70	121	71	123
4	20	-	18	-	17	-

так и с распределением, отличающимся от нормального (тип 2).

Для количественной оценки качества результатов интерпретации ВЭЗ можно использовать несколько параметров:

1. Относительное среднеквадратичное отклонение наблюдаемого (интерпретируемого) и модельного (полученного в результате решения обратной задачи) полей:

$$F = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\rho_{ki}^y - \rho_{ki}^p}{\rho_{ki}^p} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} * 100\% \quad (6)$$

2. Относительное отклонение полученных параметров i -го слоя от истинных, где q_i — сопротивление или мощность слоя:

$$Q_i = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_i^{ia} - q_i^*}{q_i^*} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} * 100\% \quad (7)$$

3. Математическое ожидание погрешности (величины относительного отклонения) параметров i -го слоя от истинных значений по результатам МЭР:

$$J_0^i = \sum_{j=1}^N P_{kj} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_i^* - \bar{q}_{ij}}{q_i^*} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8),$$

где P_k — функция плотности вероятности принадлежности искомого решения j -му подмножеству, q_i^* — параметр разреза, полученный в результате решения обратной задачи, $\bar{q}_{ij}$ — «центр тяжести» j -го подмножества i -го слоя (параметра разреза).

Следует пояснить, что фактическим показателем качества интерпретации для разреза в целом является параметр $Q = \frac{1}{m} \sum_i Q_i$, а апостериорной оценкой этого качества — $J_0 = \frac{1}{m} \sum_i J_0^i$, вычисление которого возможно только в рамках метода МЭР.

В результате серийных расчетов установлено: при помехе 1-го типа $Q = 9.2\%$, $J_0 = 11.3\%$;

Рис. 1. Кривые ВЭЗ для помехи 1-го (а) и 2-го (б) типов: 1 — без помехи; 2 — осложненная помехой; 3 — от интерпретационной модели.

Fig. 1. Vertical electrical sensing curves for interference of type 1 (a) and type 2 (b): 1 — without interference; 2 — complicated by interference; 3 — from the interpretation model.

Рис. 2. Гистограммы распределения сопротивления третьего слоя для 1-го (а) и 2-го (б) типов помех. Точкой обозначено истинное значение сопротивления.

Fig. 2. Histograms of the distribution of the resistance of the third layer for the first (a) and second (b) type of interference. The dot indicates the true resistance value.

при помехе второго типа: $Q = 8.2\%$, $J_0 = 12.5\%$. Близость полученных оценочных параметров Q для различного рода помех позволяет количественно подтвердить, что метод МЭР обладает высокой устойчивостью к флуктуациям в исходных данных. Выявленные различия значений Q и J_0 позволяют сделать вывод о возможности практического использования приближенной оценки качества интерпретации $J_0 \cong Q$, когда истинные значения ρ_i , h_i , $i = 1, 2, \dots, m$ неизвестны.

В следующем примере используются практические данные: параметрическое зондирование около скважины № 69, которая находится в юго-восточной части шахтного поля СКРУ-1 Верхнекамского месторождения калийно-магниевого солей (ВКМКС). Электроразведка, включая ВЭЗ, входит в комплекс методов при решении различных геологических и горно-технических задач, связанных с обеспечением эффективности и безопасности отработки соляных месторождений (Степанов, Мухаметшин, 2011).

Исследуемый разрез представлен верхней пачкой четвертичных отложений, включающей два геоэлектрических слоя. Первый слой сложен песком и характеризуется повышенными значениями УЭС (более 100 Ом*м). Второй слой представлен глиной, либо суглинком и обладает низкими значениями УЭС, изменяющимися в пределах 10–20 Ом*м. Общая мощность пачки варьирует от 5 до 8 м. Следующий геоэлектрический слой соответствует терригенно-карбонатной толще (ТКТ), представленной известняком с прослоями глины и мергеля. Удельное электрическое сопротивление слоя изменяется от 85 до 115 Ом*м, его мощность составляет 80–120 м. Ниже по разрезу выделяется геоэлектрический горизонт, приуроченный к отложениям соляно-мергельной толщи (СМТ), с УЭС 50–80 Ом*м. Горизонт относительно слабо проявляется на кривых зондирования, что затрудняет литологическую привязку нижней его границы, его мощность варьирует в пределах 90–116 м. Самый нижний геоэлектрический горизонт отождествляется с кровлей нерасчлененной толщи переходной пачки и покровной каменной соли (ПП+ПКС). По данным параметрических зондирований его сопротивление изменяется в диапазоне от 82 до 201 Ом*м. На рис. 3 приведены результаты количественной интерпретации полученной 5-слойной кривой типа НКН.

Параметры разреза ρ_i и h_i в табл. 3 (колонки 1 и 4) условно будем считать истинными. В колонках 2, 3, 5, 6 приведены максимальные и минимальные значения интервалов, в пределах которых осуществлялся поиск решения обратной задачи ВЭЗ методом МЭР. Как и в предыдущем примере,

границы интервалов рассчитаны из условия, что минимальные значения составляют 30% от истинных значений, а максимальные 130%.

Было получено 500 вариантов решения обратной задачи, для каждого варианта генерировалось 10^5 случайных комбинаций вектора параметров w . Общее время расчетов составило около 35 минут. Полученный набор решений был представлен в виде гистограмм значений параметров для каждого слоя. На рис. 4 приведены гистограммы распределения значений сопротивления и мощности слоев разреза для всех имеющихся вариантов интерпретации.

Можно заметить, что полученные решения обратной задачи имеют некоторый разброс результатов, но все величины имеют унимодальный характер распределения. Наиболее часто встречаемые параметры разреза, отвечающие максимальной частоте (отождествляемой с вероятностью) можно принять за искомым вариант решения. В табл. 4 приведены обобщенные результаты: колонки 1 и 3 отражают истинные параметры геоэлектрического разреза, а в колонках 2 и 4 приведены модальные значения этих параметров, установленные по 500 допустимым решениям обратной задачи.

В целом подобранные значения достаточно хорошо соответствуют исходным данным. Наиболее отличающиеся от истинных значений параметры — это мощность 4-го слоя и сопротивление 5-го слоя.

РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ: КВАЗИОДНОМЕРНАЯ 2D ГЕО- ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В реальных условиях при интерпретации данных электроразведки приходится иметь дело не с единичной кривой зондирования, а с серией кривых ВЭЗ вдоль профиля наблюдений. Поэтому, в рамках рассматриваемого подхода, был реализован алгоритм одновременного подбора нескольких кривых ВЭЗ (Тайницкий, Кичигин, 2018). В качестве априорной информации использовались обобщенные параметры разреза, что в реальных условиях может соответствовать наличию параметрической скважины.

Для модельного примера использована трехслойная геоэлектрическая модель типа Q, в которой проводящий слой постепенно погружается. Для данной модели была рассчитана 1D прямая задача ВЭЗ в пяти точках (рис. 5). Полученные кривые ρ_k осложнены случайно сгенерированной помехой. Амплитуда и знак помехи генерировались с помощью генератора псевдослучайных чисел. Предполагалось, что значение помехи не превышает 10% от амплитуды полезного сигнала на каждом разносе линии АВ.

Рис. 3. Результаты интерпретации параметрического зондирования на скв. 69.

Fig. 3. The results of the interpretation of parametric sounding at well 69.

Таблица 3. Параметры геоэлектрического разреза, вскрытого скв. 69, и предполагаемый диапазон их изменения.

Table 3. Parameters of the geoelectrical section, opened by well 69, and the expected range of their change.

№ слоя	ρ , Ом*м	$\rho_{\min}$, Ом*м	$\rho_{\max}$, Ом*м	h, м	$h_{\min}$, м	$h_{\max}$, м
	1	2	3	4	5	6
1	157	47.1	204.1	3	0.9	3.9
2	14.6	4.38	18.98	4	1.2	5.2
3	115	34.5	149.5	85	25.5	110.5
4	68.4	20.52	88.92	116	34.8	150.8
5	142	42.6	184.6	-	-	-

На первом этапе рассчитывалась среднегеометрическая кривая электрического зондирования для профиля в целом:

$$\rho_k^* = \left(\bar{I} \prod_{j=1}^N \rho_k^{ij} \right)^{1/N} \quad (9),$$

где ρ_k — кажущееся сопротивление, i — номер разности, j — номер пикета, $N = 5$. Далее генерировался случайный вектор w параметров разреза, для которого решалась прямая задача ВЭЗ. Полученная кривая ρ_k сравнивалась со

среднегеометрической кривой ρ_k^* путем расчета относительного среднеквадратичного отклонения F (6). Если параметр F составлял более 100%, то генерировался новый случайный вектор параметров разреза w и процедура сравнения повторялась. Если же величина F составляла менее 100%, то данная кривая последовательно сравнивалась уже с каждой отдельной кривой ВЭЗ на профиле. При этом так же рассчитывался СКО, только его пороговое значение составляло уже 50%. В случае, когда значение F на j -м пикете составляло менее 50%, параметры w включались в множество допустимых решений обратной задачи на данном пикете. Указанная процедура повторялась для 10^5 случайных векторов параметров геоэлектрического разреза w .

В конечном итоге рассчитывались функции плотности вероятностей на структурированном множестве допустимых вариантов решения обратной задачи для каждой j -й кривой ВЭЗ, затем выбиралось наилучшее решение по минимуму математического ожидания его погрешности (Балк и др., 2015, 2011а). Обобщенные результаты расчета для 100 вариантов решения обратной задачи сведены в табл. 5,

Рис. 4. Гистограммы распределения значений сопротивления и мощности для первого (а), второго (б), третьего (в) и четвертого (г) слоев геоэлектрического разреза.

Fig. 4. Histograms of the distribution of resistance and power values for the first (а), second (б), third (в) and fourth (г) layers geoelectric section.

Таблица 4. Результаты решения обратной задачи.

Table 4. Results of solving the inverse problem.

№ слоя	ρ , Ом*м	$\rho_{\text{мэр}}$, Ом*м	h , м	$h_{\text{мэр}}$, м
	1	2	4	5
1	157	145.8	3	2.9
2	14.6	13.4	4	3.3
3	115	114.9	85	75.1
4	68.4	67.4	116	92.7
5	142	128.4	-	-

а так же представлены в виде геоэлектрического разреза на рис. 6. В табл. 5 отражены среднеквадратичные отклонения f полученных параметров разреза — УЭС и мощности слоев от исходных данных, рассчитанные по формуле (1). Максимальное отклонение f составило 15.11% (пк. 1), а минимальное — 3.7% (пк. 4).

Количественная интерпретация серии кривых ВЭС с использованием метода минимизации эмпирического риска по предложенному алгоритму позволила существенно подавить влияние интенсивных помех в исходных данных на полученные результаты.

Рис. 5. Модельный разрез кажущегося сопротивления и геоэлектрический разрез.

Fig. 5. Model section of apparent resistance and geoelectric section.

Рис. 6. Разрез кажущегося сопротивления, осложненного помехой и геоэлектрический разрез, полученный в результате решения обратной задачи.

Fig. 6. Section of the apparent resistance complicated by interference and the geoelectric section obtained by solving the inverse problem.

Таблица 5. Исходные параметры геоэлектрического разреза и результаты интерпретации данных ВЭЗ, осложненных помехами.

Table 5. Initial parameters of the geoelectric section and interpretation results of vertical electrical sounding, data complicated by noise.

Параметры	Номера пикетов (кривых ВЭЗ)									
	1		2		3		4		5	
	Исходные	Полученные	Исходные	Полученные	Исходные	Полученные	Исходные	Полученные	Исходные	Полученные
$\rho_1, \text{Ом}\cdot\text{м}$	103	100	103	98	103	100	103	103	103	105
$\rho_2, \text{Ом}\cdot\text{м}$	15	16	12	11	10	11	12	12	15	16
$\rho_3, \text{Ом}\cdot\text{м}$	165	130	130	130	100	130	130	130	165	130
$h_1, \text{м}$	11	13	15.2	18	19.3	21	23.1	25	27.1	27
$h_2, \text{м}$	109	125	116	125	121	130	124	125	125	120
$\delta_{\text{отн}}, \%$		14.48		9.93		15.11		3.7		9.69

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты вычислительных экспериментов показывают что, метод минимизации эмпирического риска позволяет повысить качество выполненной количественной интерпретации ВЭЗ. Реализованный алгоритм подбора полного вектора параметров геоэлектрического разреза (УЭС и мощность слоев) методом МЭР эффективно подавляет случайные помехи, амплитуда которых в отдельных случаях может достигать значений, сопоставимых с амплитудой полезного сигнала. Несомненным достоинством предлагаемого метода является отсутствие жестких ограничений на закон распределения помехи, достаточно выполнения предположения о приблизительном равенстве нулю ее медианного значения. Для реальных физико-геологических условий такое допущение является более правдоподобным, чем традиционное предположение о центрировании помехи и нормальном законе ее распределения. На рассмотренных примерах продемонстрировано, что метод МЭР одинаково хорошо позволяет бороться с помехами, обладающими различными статистическими параметрами. Это, в свою очередь, обеспечивает возможность количественной интерпретации данных ВЭЗ без их предварительной подготовки (сглаживания). Кроме того, анализ структуры множества допустимых решений обратной задачи позволяет проводить приближенную оценку качества выполненной интерпретации с достаточной для практики точностью.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 19-05-00654 А и № 18-35-00320).

Список литературы [References]

- Балк П.И., Долгаль А.С., Балк Т.В., Христенко Л.А.* Согласование конкурирующих вариантов интерпретации гравитационных аномалий методом минимизации эмпирического риска // Геоинформатика. 2015. №4. С. 24–35 [*Balk P.I., Dolgal A.S., Hristenko L.A.* Soglasovanie konkuriruyushchikh variantov interpretatsii gravitatsionnykh anomalii metodom minimizatsii empiricheskogo riska // Geoinformatika. 2015. № 4. P. 24–35 (in Russian)].
- Балк П.И., Долгаль А.С., Мичурин А.В.* Смешанные вероятностно-детерминистские методы решения линейных обратных задач гравиметрии и магнитометрии // Геофизика. 2011. № 2. С. 20–29 [*Balk P.I., Dolgal A.S., Muchurin A.V.* Smeshannye veroyatnostno-deterministskie metody resheniya lineynykh obratnykh zadach gravimetrii i magnetometrii // Geofizika. 2011. № 2. P. 20–29 (in Russian)].
- Балк П.И., Долгаль А.С., Мичурин А.В.* Смешанный вероятностно-детерминистский подход к интерпретации данных гравиразведки, магниторазведки и электроразведки // Доклады Академии наук. Т. 438. № 4. 2011. С. 532–537 [*Balk P.I., Dolgal A.S., Michurin A.V.* Combined probabilistic and deterministic approach to the interpretation of gravity, magnetic and resistivity data // Doklady Earth Sciences. 2011. V. 438. № 4. P. 532–537].
- Балк П.И., Долгаль А.С., Мичурин и др.* Подавление знакопеременных помех при инверсии данных вертикального электрического зондирования // Вестник Пермского университета. Геология. 2016. Вып. 2(31). С. 55–63. <https://doi.org/10.17072/pstu.geol.31.55> [*Balk P.I., Dolgal A.S., Michurin A.V., et al.* Podavlenie znakoperemennykh pomekh pri inversii dannykh vertical'nogo elektricheskogo zondirovaniya // Vestnik PGU. Geologiya. 2016. Iss. 2. № 31. P. 55–63 (in Russian)].
- Груздев В.Н., Бакумцев А.А., Рассказчикова Н.И.* Результаты физического моделирования электроразведки методами срединного градиента и вертикального электрического зондирования // Вестник ВГУ. Сер. Геология. 2017. № 3. С. 107–110 [*Gruzdev V.N., Bakumtsev A.A., Rasskazchikova N.I.* Rezul'taty fizicheskogo modelirovaniya elektrorazvedki metodami sredinnogo gradiyenta i vertikal'nogo elektricheskogo zondirovaniya // Vestnik VGU. Ser. Geologiya. 2017. № 3. P. 107–110 (in Russian)].
- Дещеревский А.В., Модин И.Н., Сидорин А.Я.* Метод построения модели геоэлектрического разреза с учетом вариаций по данным многолетнего мониторинга методом ВЭЗ для поиска предвестников землетрясения // Сейсмические приборы. 2017. Т. 53. № 4. С. 61–80 [*Desherevskii A.V., Modin I.N., Sidorin A.Ya.* Method of constructing geoelectric section model taking into account its seasonal variations based on data of long-term monitoring by VES aimed at searching for earthquake precursors // Seismic Instruments. 2017. V. 53. № 4. P. 61–80].
- Долгаль А.С., Христенко Л.А.* Результаты и перспективы геофизических исследований при поисках рудного золота на восточном склоне Кузнецкого Алатау // Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о земле. 2008. № 2 (12). С. 57–68 [*Dolgal A.S., Khristenko L.A.* Rezul'taty i perspektivy geofizicheskikh issledovaniy pri poiskakh rudnogo zolota na vostochnom sklone Kuznetskogo Alatau // Vestnik KRAUNTs. Nauki o Zemle. 2008. № 2(12). P. 57–68 (in Russian)].
- Кауфман А.А., Андерсон Б.И.* Принципы методов наземной и скважинной электроразведки / Пер. с англ. канд. физ.-мат. наук Д.А. Алексеева. Тверь: Международная ассоциация «АИС», 2013. 488 с. [*Kufman A.A., Anderson B.I.* Principles of electric methods in surface and borehole geophysics. Elsevier Science, 2010. 456 p.].
- Колесников В.П.* Основы интерпретации электрических зондирований М.: Научный мир, 2007. 248 с. [*Kolesnikov V.P.* Osnovy interpretatsii elektricheskikh zondirovaniy. M.: Nauchnyy mir, 2007. 248 p. (in Russian)].
- Куфуд О.* Зондирование методом сопротивлений. М.: Недра, 1984. 270 с. [*Koefoed O.* Geosounding Principles: Resistivity sounding measurements. Elsevier Scientific Publishing Company, 1979. 276 p.].
- Матвеев Б.К.* Электроразведка. М.: Недра, 1990. 368 с. [*Matveev B.K.* Elektrorazvedka. M.: Nedra, 1990. 368 p. (in Russian)].
- Нерадовский Л.Г.* Строение ледового комплекса южной окраины Лено-Амгинского междуречья

- по данным метода вертикального электрического зондирования // Криосфера Земли. 2019. Т. 23. № 5 (97). С. 35–48 [Neradovskii L.G. Stroyeniye ledovogo kompleksa yuzhnoy okrainy Leno-Amginskogo mezhdurech'ya po dannym metoda vertikal'nogo elektricheskogo zondirovaniya // Kriosfera Zemli. 2019. V. 23. № 5(97). P. 35–48 (in Russian)].
- Степанов Ю.И., Мухаметшин А.М. Повышение достоверности результатов электроразведочных исследований в пределах шахтного поля БКПРУ-4 на основе вертикального электрического зондирования // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2011. № 10. С. 122–130 [Stepanov Yu.I., Mukhametshin A.M. Povysheniye dostovernosti rezul'tatov elektrorazvedochnykh issledovaniy v predelakh shakhtnogo polya BKPRU-4 na osnove vertikal'nogo elektricheskogo zondirovaniya // Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tekhnicheskii zhurnal). 2011. № 10. P. 122–130 (in Russian)].
- Тайницкий А.А. Применение метода минимизации эмпирического риска при интерпретации данных ВЭЗ // Стратегия и процессы освоения георесурсов. 2017. Вып. 15. С. 243–246. [Tainitskiy A.A. Primeneniye metoda minimizatsii empiricheskogo riska pri interpretatsii dannykh VEZ // Strategiya i protsessy osvoyeniya georesursov. 2017. V. 15. P. 243–246 (in Russian)].
- Тайницкий А.А. Решение обратной задачи ВЭЗ методом минимизации эмпирического риска для группы зондирований // Стратегия и процессы освоения георесурсов. 2018. Вып. 16. С. 230–232. <https://doi.org/10.7242/gdsp/2018.16.63> [Tainitskiy A.A. Resheniye obratnoy zadachi VEZ metodom minimizatsii empiricheskogo riska dlya gruppy zondirovaniy // Strategiya i protsessy osvoyeniya georesursov. 2018. V. 16. P. 243–246. <https://doi.org/10.7242/gdsp/2018.16.63> (in Russian)].
- Тайницкий А.А., Кичигин А.В. Решение обратной задачи ВЭЗ в условиях интенсивных знакопеременных помех // Теория и практика разведочной и промышленной геофизики. 2018. Вып. 1(6). С. 286–290. С. 286–290 [Tainitskiy A.A., Kichigin A.V. Reshenie obratnoy zadachi VEZ v usloviyakh intensivnykh znakoperemennykh pomekh // Teoriya i praktika razvedochnoy i promyslovoy geofiziki. 2018. V. 1(6) P. 286–290 (in Russian)].
- Федорченко И.А. Способ применения контролирующих источников электромагнитного поля при выявлении предвестников землетрясения // Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о Земле. 2003. № 2. С. 89–94 [Fedorchenko I.A. Sposob primeneniya kontroliruyemykh istochnikov elektromagnitnogo polya pri vyyavlenii predvestnikov zemletryaseniya // Vestnik KRAUNTs. Nauki o Zemle. 2003. № 2. P. 89–94 (in Russian)].
- Хмелевской В.К. Электроразведка, изд. 2-е. М.: изд-во Московского университета, 1984. 422 с. [Khmelevskoy V.K. Elektrorazvedka. M.: Moskovskiy universitet. 1984. 422 p. (in Russian)].
- Электроразведка: Справочник геофизика / Под ред. В.К. Хмелевского и В.М. Бондаренко. Книга первая. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Недра, 1989. 438 с. [Elektrorazvedka: Spravochnik geofizika Khmelevskoy V.K., Bondarenko V.M. (Eds.). Kniga pervaya. 2-e izd., pererab. i dop. M.: Nedra, 1989. 438 p. (in Russian)].

THE IMPLEMENTATION OF THE CONCEPT OF EMPIRICAL RISK MINIMIZATION IN THE VES INVERSE PROBLEMS

A.S. Dolgal¹, A.A. Tainitskiy¹, L.A. Khristenko¹

¹Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Perm, Russia, 614007

The authors has suggested a new mathematical approach to the inversion of vertical electric sounding (VES) data, which allows suppressing alternating interferences with an arbitrary distribution law, as well as conducting an approximate assessment of the quality of the results of quantitative interpretation. A necessary condition for its application is a close number of positive and negative interferences in the source data, the amplitude of the interference may exceed the value of the useful signal. The method is based on the concept of minimization of empirical risk (MER), which is implemented when choosing the optimal interpretation option from a previously constructed set of feasible solutions to the inverse VES problem. The expediency of use of the random search procedure in calculations is experimentally substantiated. The paper presents the model and practical examples of use of the MER method for the interpretation of individual VES and the simultaneous selection of geoelectric section parameters for several VES curves obtained on the same observation profile (quasi-one-dimensional inversion).

Keywords: vertical electrical sounding, interference, interpretation, minimization of empirical risk.